

MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

**Výuka žáků se speciálními vzdělávacími
potřebami různými matematickými metodami**

Diplomová práce

Brno 2015

Vedoucí diplomové práce:

RNDr. Růžena Blažková, CSc.

Autor práce:

Bc. Šárka Kučerová

Bibliografický záznam

KUČEROVÁ, Šárka. *Výuka žáků se speciálními vzdělávacími potřebami různými matematickými metodami: diplomová práce*. Brno: Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky, 2015. 105 stran. Vedoucí diplomové práce RNDr. Růžena Blažková, CSc.

Anotace

Diplomová práce „Výuka žáků se speciálními vzdělávacími potřebami různými matematickými metodami“ se skládá ze tří teoretických kapitol a jedné praktické kapitoly. Teoretická část je zaměřena na charakteristiku žáků se speciálními vzdělávacími potřebami a na možnosti jejich vzdělávání podle různých výukových metod. Praktická část zahrnuje pozorování řešení úloh žáka v hodinách matematiky, které jsou vyučovány podle koncepce prof. Milana Hejného a kolektivu. Řešení úloh jsou doplněna analýzou chyb, didaktickými otázkami, návrhy na možné postupy vedoucí k požadovaným cílům a žakovou sebereflexí.

Klíčová slova

Žák se speciálními vzdělávacími potřebami, vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, specifické poruchy učení, alternativní výukové metody, matematická prostředí, písemné operace s přirozenými čísly.

Bibliography

KUČEROVÁ, Šárka. *Teaching of pupils with special needs by different mathematical methods: diploma thesis*. Brno: Masaryk University, Faculty of Education, Department of Mathematics, 2015. 105 pages. Supervisor of the diploma thesis RNDr. Růžena Blažková, CSc.

Annotation

This diploma thesis „Teaching of pupils with special needs by different mathematical methods“ consists of three theoretical chapters and one practical chapter. The theoretical chapters are focused on characteristic of pupils with special needs and on the possibilities of their education according to different mathematical teaching methods. The practical part included my observation of the pupil during his working in mathematical lessons, which are taught according to Prof. Hejný method. The solutions are completed with an analysis of mistakes, with didactical questions, with my proposal for possible procedures leading to required aims and with a pupil's self-reflection.

Key words

Pupil with special needs, education of pupils with special needs, specific learning disabilities, alternative teaching methods, mathematical areas, mathematical operations with natural numbers.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou diplomovou práci vypracovala samostatně, s využitím pouze citovaných literárních pramenů, dalších informací a zdrojů v souladu s Disciplinárním řádem pro studenty Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity a se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů.

Souhlasím, aby tato práce byla uložena v knihovně Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity v Brně a byla zpřístupněna ke studijním účelům.

V Brně dne 20. 3. 2015

.....

Bc. Šárka Kučerová

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí diplomové práce RNDr. Růženě Blažkové, CSc., za její odborné vedení, cenné rady a připomínky, a především za čas, který mi při konzultacích věnovala.

Dále bych chtěla poděkovat svým rodičům, kteří mi umožnili studovat a neustále mě podporovali.

Velké díky patří i mým starším sourozencům, kteří mi byli velmi nápomocní během celého mého studia.

Obsah

ÚVOD	8
1 KLASIFIKACE ŽÁKŮ SE SPECIÁLNÍMI VZDĚLÁVACÍMI POTŘEBAMI	10
1.1. ŽÁCI SE ZDRAVOTNÍM POSTIŽENÍM	11
1.1.1. Žáci se zrakovým postižením	11
1.1.2. Žáci se sluchovým postižením	11
1.1.3. Žáci s narušenou komunikační schopností	11
1.1.4. Žáci se specifickými poruchami učení	11
1.1.5. Klasifikace dyskalkulie	13
1.1.6. Žáci se specifickými poruchami chování	15
1.1.7. Žáci s poruchami chování	16
1.1.8. Žáci s mentálním postižením	16
1.1.9. Žáci s tělesným postižením a chronickým onemocněním	16
1.1.10. Žáci s poruchou autistického spektra	16
1.1.11. Žáci s těžkým postižením a souběžným postižením více vadami	17
1.2. ŽÁCI SE ZDRAVOTNÍM ZNEVÝHODNĚNÍM	17
1.3. ŽÁCI SE SOCIÁLNÍM ZNEVÝHODNĚNÍM	17
1.4. ŽÁCI NADANÍ NEBO MIMOŘÁDNĚ NADANÍ	18
2 VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ SE SPECIÁLNÍMI VZDĚLÁVACÍMI POTŘEBAMI	20
2.1. VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ SE ZDRAVOTNÍM POSTIŽENÍM A ZDRAVOTNÍM ZNEVÝHODNĚNÍM	23
2.2. VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ SE SOCIÁLNÍM ZNEVÝHODNĚNÍM	24
2.3. VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ NADANÝCH NEBO MIMOŘÁDNĚ NADANÝCH	25
2.4. RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ – VZDĚLÁVACÍ OBLAST MATEMATIKA A JEJÍ APLIKACE	26
3 VÝUKOVÉ METODY	30
3.1. KLASIFIKACE VÝUKOVÝCH METOD	30
3.2. ALTERNATIVNÍ VÝUKOVÉ METODY	32
3.3. VÝUKA MATEMATIKY PODLE KONCEPCE PROFESORA MILANA HEJNÉHO	34
3.3.1. Dvanáct klíčových principů metody	34
3.3.2. Pět zásad výuky	37
3.3.3. Přehled očekávaných výstupů – 1. stupeň	38
4 PRAKTICKÁ ČÁST - PŘÍPADOVÁ STUDIE HAVLÍČEK	45
4.1. CHARAKTERISTIKA CHLAPCE A ŠKOLNÍHO PROSTŘEDÍ	45
4.2. MATEMATICKÉ PROSTŘEDÍ KROKOVÁNÍ A SCHODY	48
4.3. MATEMATICKÉ PROSTŘEDÍ DĚDA LESOŇ	58

4.4.	MATEMATICKÉ PROSTŘEDÍ INDICKÉ NÁSOBENÍ.....	73
4.5.	PÍSEMNÉ OPERACE S PŘIROZENÝMI ČÍSLY	84
4.6.	ŽÁKOVA SEBEREFLEXE.....	92
ZÁVĚR.....		95
SHRNUTÍ.....		97
SUMMARY		98
LITERATURA.....		99
UČEBNICE.....		101
HYPERTEXTOVÉ ODKAZY		101
LEGISLATIVA.....		102
SEZNAM OBRÁZKŮ		104

Úvod

Téma diplomové práce „Výuka žáků se speciálními vzdělávacími potřebami různými matematickými metodami“ jsem si zvolila proto, že studuji matematiku a speciální pedagogiku a toto téma se prolíná oběma obory. Během mého studia jsem se přímo v praxi seznámila s výukou matematiky podle koncepce prof. Hejného a absolvovala jsem dva vzdělávací semináře o této metodě, abych jí více porozuměla. Během studia jsem se však v praxi setkala i s mnoha žáky se speciálními vzdělávacími potřebami. Pronikání do obou těchto problémů – do matematiky i do speciální pedagogiky ve mně vyvolalo mnoho otázek, z nichž jedna mě vedla k napsání diplomové práce právě na toto téma.

Cílem mojí práce je zjistit a na základě pozorování posoudit, jaké problémy v matematice se mohou vyskytnout u žáka se speciálními vzdělávacími potřebami, pokud je vyučován metodou podle koncepce prof. Hejného a kolektivu.

Diplomová práce je rozdělena na část teoretickou a praktickou. Teoretická část je zpracována na základě studia odborné literatury, učebnic matematiky a komparaci informačních zdrojů.

V první kapitole se zabývám specifikací žáků se speciálními vzdělávacími potřebami podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Dále podrobněji konkretizuji jednotlivá postižení a znevýhodnění, specifické poruchy učení, včetně dyskalkulie. V poslední části této kapitoly uvádím i specifika žáků nadaných, neboť i tito žáci jsou považováni za žáky se speciálními vzdělávacími potřebami.

Kapitola druhá zahrnuje problematiku vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami. Zde uvádím relevantní zákony a vyhlášky vztahující se k této problematice a také specializovaná poradenská zařízení. Následuje popis vzdělávání pro zdravotně postižené a zdravotně znevýhodněné, pro sociálně znevýhodněné a mimořádně nadané. Kapitulu uzavírá vzdělávací oblast Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání, Matematika a její aplikace, včetně očekávaných výstupů na 1. stupni základních škol.

Ve třetí kapitole uvádím výukové metody, tradiční i alternativní. V kapitole 3. 3. se již dostávám k metodě prof. Hejného. Tato metoda vychází z dvanácti klíčových principů, kterým se podrobněji věnuji, a uvádím, jaká je v daném principu role žáka a role učitele. V této kapitole také blíže specifikuji hlavní zásady této výuky pro učitele a rodiče, jejichž děti jsou touto metodou vyučovány. Třetí kapitulu uzavírají očekávané

výstupy v matematice na 1. stupni ZŠ, které pokrývají učebnice matematiky prof. Hejného a kolektivu.

Čtvrtá kapitola – praktická část – je zpracována na základě pozorování mnou vybraného žáka v hodinách matematiky během 4. a částečně i 5. ročníku. Pozorování jeho práce a řešení problémů v hodinách matematiky, jeho chyb vyskytujících se během řešení netradičních úloh, které zahrnují učebnice zpracované týmem prof. Hejného.

1 KLASIFIKACE ŽÁKŮ SE SPECIÁLNÍMI VZDĚLÁVACÍMI POTŘEBAMI

Klasifikaci žáků se speciálními vzdělávacími potřebami legislativně upravuje § 16, **zákona č. 472/2011 Sb.**, kterým se mění **zákon č. 561/2004 Sb.**, *o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon)*.

V současné době se připravuje novela § 16 školského zákona, která ovlivní diagnostiku a vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami (dále jen SVP).

Klasifikovat žáka jako žáka se SVP může být v některých případech na první pohled zřejmé (např. žák s tělesným nebo mentálním postižením), v některých může naopak vyžadovat dlouhodobější poznávání žáka (např. žák se sociálním znevýhodněním).

Jak je uvedeno v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV): Za žáky se speciálními vzdělávacími potřebami jsou považováni *žáci se zdravotním postižením* – tělesným, zrakovým, sluchovým, mentálním, autismem, vadami řeči, souběžným postižením více vadami a specifickými poruchami učení nebo chování, *žáci se zdravotním znevýhodněním* – zdravotním oslabením, dlouhodobým onemocněním a lehčími zdravotními poruchami vedoucími k poruchám učení a chování a *žáci se sociálním znevýhodněním* – žáci z rodinného prostředí s nízkým sociálně kulturním postavením, ohrožení sociálně patologickými jevy, s nařízenou ústavní výchovou nebo uloženou ochrannou výchovou a žáci v postavení azylantů a účastníků řízení o udělení azylu. (RVP ZV, 2013, s. 126)

Někteří autoři zařazují mezi žáky se SVP i okruh *žáků nadaných a mimořádně nadaných*. I tito žáci totiž vyžadují individuální přístup a péči. Vzdělávání žáků se zdravotním postižením, zdravotním znevýhodněním a sociálním znevýhodněním je tradičně věnovaná zvýšená pozornost, zatímco problematika nadaných a mimořádně nadaných žáků není zatím na stejné úrovni zájmu.

V následujících bodech konkretizují jednotlivá postižení a znevýhodnění žáků.

1.1. Žáci se zdravotním postižením

1.1.1. Žáci se zrakovým postižením

Mezi zrakově postižené řadíme ty žáky, jejichž zraková vada nějak ovlivňuje běžné činnosti v životě a u nichž není postačující běžná optická korekce. To znamená, že do této kategorie nezahrnujeme žáky, kteří nosí dioptrické brýle a s nimi docela normálně vidí. Vědní obor, který se zabývá jedinci se zrakovým postižením, se nazývá oftalmopedie.

1.1.2. Žáci se sluchovým postižením

Sluchově postižené žáky můžeme obecně rozlišit na nedoslýchavé, neslyšící či ohluchlé. Z hlediska kvantity slyšeného zvuku je dle Světové zdravotnické organizace (WHO) hraniční velikost ztráty sluchu větší než 25 dB. Vědní obor, který se zabývá jedinci se sluchovým postižením, se nazývá surdopedie.

1.1.3. Žáci s narušenou komunikační schopností

Žák s narušenou komunikační schopností je ten, jehož jedna nebo více jazykových rovin je narušena. Může se jednat o narušení foneticko-fonologické roviny, která zahrnuje zvukovou stránku řeči, dále narušení roviny lexikálně-sémantické, morfologicko-syntaktické, případně pragmatické. Vědní obor, jehož předmětem zájmu jsou osoby s narušenou komunikační schopností, je logopedie.

1.1.4. Žáci se specifickými poruchami učení

Pojem specifické poruchy učení označuje různorodou skupinu poruch projevujících se obtížemi při nabývání základních vzdělávacích dovedností jako je mluvení, čtení, psaní a počítání. (Pipeková, J. 2010)

Níže uvádím jednotlivé specifické poruchy učení, jak je definuje Zelinková (2003).

Dyslexie je specifická porucha čtení, projevující se neschopností naučit se číst běžnými výukovými metodami. V matematice mají žáci s dyslexií problémy zejména při rozlišování číslic tvarově podobných (např. 2 a 5, 6 a 9), s vynecháváním číslic, s pořadím číslic v číslech, se zápisem čísel pod sebe a také při řešení slovních úloh, při

kterých je potřebné správné porozumění textu. Pro některé dyslektiky může být problematické i čtení matematických symbolů (např. $>$, $<$).

Dysgrafie je specifická porucha grafického projevu, jedinci si špatně osvojují jednotlivá písmena i číslice, jejich tvary a mívají problémy s celkovou úpravou písemného projevu. V matematice se dysgrafie výrazně projevuje sníženou úpravou v geometrii, žák dělá chyby vzniklé chybným opisem, záměnou pořadí číslic v zápisu čísel, případně chybným zapsáním čísel při chybném zápise čísel v algoritmech písemných operací. Tyto i jiné chyby mohou být způsobeny výraznou pomalostí při psaní.

Dysortografie je specifická porucha pravopisu. Mezi její projevy patří například vynechávání či naopak přidávání písmen, slabik, slov, záměny zvukově podobných hlásek a slabik. Specifické dysortografické chyby v matematice můžeme pozorovat hlavně při diktátu čísel.

Dyskalkulie je specifická porucha matematických schopností, která se projevuje zřetelnými potížemi při získávání a využívání základních matematických schopností, při obvyklém sociokulturním zázemí a celkové průměrné úrovni všeobecných rozumových předpokladů. Klasifikací dyskalkulie se dále zabývám v podkapitole 1.1.5.

Dyspinxie je specifická porucha kreslení, která je charakteristická nízkou úrovní kresby. V matematice se výrazně projevuje v geometrii, kdy je důležité přesné zacházení s tužkou, znázornění prostorové situace v rovině či dobré vnímání perspektivy.

Dysmúzie je specifická porucha postihující schopnost vnímání a reprodukci hudby. Pro matematiku je problémem zejména ztráta smyslu pro rytmus.

Dyspraxie je specifická porucha obratnosti. Jedinci s touto poruchou jsou pomalí, nešikovní, problémy jim činí motorické činnosti, v matematice pak upravenost při geometrické konstrukci nebo úroveň vzhledu jejich pracovních sešitů.

Poslední tři uvedené specifické poruchy učení jsou definované pouze v České republice.

1.1.5. Klasifikace dyskalkulie

Slovenský psycholog **Ladislav Košč** uvedl klasifikaci dyskalkulie podle *základních problémů, které se u dětí vyskytují v souvislosti s vývojem a budováním matematických pojmů a vztahů a se čtením a psaním matematických výrazů*. (Košč, L. in Blažková, R. 2009, s. 16)

Dyskalkulie praktognostická – problémy se vyskytují zejména v rozvoji předčíselných představ, který se dále projevuje nepochopením pojmu přirozeného čísla. Žáci mají problém manipulovat s konkrétními předměty nebo symboly, dále s jejich tříděním, řazením a srovnáváním. Potíže se vyskytují i v oblasti prostorového vnímání a neschopností diferenciací geometrických útvarů.

Dyskalkulie verbální – projevuje se problémy v oblasti slovního označování počtu předmětů, nepochopení slovního vyjádření matematických symbolů a znaků. Žák není schopen vyjmenovat řadu čísel v určitém uspořádání (*např. sestupně*), nechápe vyslovené číslo.

Dyskalkulie lexická – jedná se o neschopnost číst správně matematické symboly a znaky. Při čtení čísel často dochází k záměně tvarově podobných číslic (*př. 69 a 96*) nebo k vynechávání číslic v číslech (hlavně u víceciferných čísel). Problémy se vyskytují také při čtení čísel, které obsahují nuly (*např. číslo 2 005 čte „dvě stě pět“*), zlomků a desetinných či římských čísel. Obtíže se mohou projevovat i v prostorové a pravolevé orientaci.

Dyskalkulie grafická – projevuje se sníženou schopností až neschopností psát matematické znaky a symboly. Žák má problémy zejména se zápisem víceciferných čísel (*vynechává některé číslice v čísle*), není schopen zapsat čísla pod sebe podle řádů a není schopen psát čísla podle diktátu. Obtíže se vyskytují také v geometrii při rýsování obrazců a nedodržování stanovených linií.

Dyskalkulie operační – je charakteristická poruchou schopností provádět matematické operace s přirozenými i dalšími čísly, dochází k záměně jednotlivých operací, žák nerespektuje prioritu při provádění více operací různé parity (*např. příklad $10 - 10 : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$, počítá jako příklad $(10 - 10) : 2 = \underline{\hspace{1cm}}$, obdrží tedy výsledek 0, přičemž správný výsledek je 5, neboť nejprve musíme provést operaci dělení*).

Dyskalkulie ideognostická – jedná se o poruchu v oblasti pojmové činnosti a o poruchu chápání matematických pojmů a vztahů mezi nimi (*př. žák nemá problém se zápisem čísla 5, ale neuvědomuje si, že číslo 5 může také zapsat například jako $2 + 2 + 1$, $10 - 5$, $15 : 3$ apod.*). Obtíže se projevují především při řešení slovních úloh – žák není schopen převést slovní zadání do „matematického jazyka“.

Josef Novák uvádí v publikaci z roku 2004 klasifikaci dyskalkulie podle *nejrůznějších příčin a projevů* v obecnějším náhledu následovně¹:

Kalkulastenie – rozumí se jí mírné narušení matematických vědomostí a dovedností způsobené např. nedostatečnou stimulací ve škole nebo v rodině, přitom rozumové i matematické schopnosti jsou v pásmu průměru.

Podrobněji klasifikuje kalkulastenie dále na *kalkulastenie emocionální* (nevhodné reakce okolí na problémy v matematice), *kalkulastenie sociální* (vliv sociálního prostředí, nedostatečná příprava do školy) a *kalkulastenie didaktogenní* (nevhodné výukové styly právě pro toto dítě).

Hypokalkulie – je porucha základních početních dovedností, jejíž příčinou může být nerovnoměrná skladba matematických schopností, při celkové úrovni rozumových schopností v pásmu průměru i nadprůměru.

Oligokalkulie – vyznačuje se narušenou strukturou matematických schopností a nízkou úrovní všeobecných rozumových schopností.

Akalkulie – je porucha zvládání početních operací a početních dovedností, která mohla vzniknout např. na základě prožitého traumatu, přitom dříve byly dovednosti rozvinuty přiměřeně.

Vývojová dyskalkulie – odpovídá klasifikaci Ladislava Košče.

¹ BLAŽKOVÁ, Růžena. *Dyskalkulie a další specifické poruchy učení v matematice*. Brno: Masarykova univerzita, 2009, 107 s. ISBN 978-802-1050-471.

Růžena Blažková (2009) klasifikuje dyskalkulii podle *matematického obsahu*. Její klasifikace je zaměřena na oblasti učiva, ve kterých se projevují problémy dětí vzhledem k matematickému učivu. Uvádí také, že pochopení a zvládnutí jedné oblasti je nezbytným předpokladem k pochopení a zvládnutí oblasti další.

Jedná se zejména o tyto oblasti:

Vytváření pojmu čísla – nejprve přirozeného čísla, později čísla desetinného, zlomku, racionálního čísla, obecně reálného čísla.

Čtení a zápis čísel – numerace, uspořádání, porovnávání čísel, zaokrouhlování čísel přirozených a desetinných.

Operace s čísly – nejprve s čísly přirozenými, později s čísly v dalších číselných oborech.

Slovní úlohy – přepis slovního vyjádření do matematického symbolického jazyka, řešení matematické úlohy a její interpretace do reality.

Geometrická a prostorová představivost – chápání rozmístění a vztahů předmětů v prostoru a jejich znárodnění v rovině.

Početní geometrie – uvědomění si velikosti útvarů, odhady, výpočty, chápání a používání vzorců.

Jednotky měr – pochopení každé z jednotek, převody jednotek.

(Blažková, R. 2009, s. 18)

1.1.6. Žáci se specifickými poruchami chování

Včas nerozpoznané a nepodpořené obtíže popsané v odstavci 1.1.4. mohou vést k dynamickému vývoji specifických poruch chování. Mezi tyto poruchy řadíme deficit pozornosti s hyperaktivitou (ADHD) a bez hyperaktivity (ADD). Hyperaktivita se projevuje například zbrklým a roztěkaným chováním, žáci nejsou schopni dokončit svůj úkol, nejsou soustředění. V obou případech se jedná o oslabení funkcí centrální nervové

soustavy. Tyto poruchy mohou být způsobeny celou řadou biologických, psychologických a sociálních faktorů.

1.1.7. Žáci s poruchami chování

Porucha chování je pojem, který označuje chování dítěte lišící se od odpovídajících věkových a kulturních norem. Toto chování má nepříznivý vliv na školní výkon žáka a projevuje se nejen ve školním prostředí, ale i v kterémkoli jiném (rodinném, sociálním...), nejméně však ve dvou současně. Poruchy se mohou vyskytovat souběžně s jinými druhy postižení. Vědní obor, který se zabývá osobami s poruchami chování, se nazývá etopedie.

1.1.8. Žáci s mentálním postižením

Tyto žáky charakterizujeme celkovým snížením intelektových schopností, ke kterému dochází v průběhu jejich vývoje. Jde o stav trvalý. Pokud je vrozený nebo získaný do 2 let života, mluvíme o mentální retardaci. Pokud k rozpadu mentálního vývoje dochází až po 2. roce života, jedná se o proces zvaný demence. Za zmínku stojí i tzv. sociálně podmíněná mentální retardace, dříve označovaná jako zdánlivá mentální retardace, která není způsobena poškozením centrální nervové soustavy, ale negativním vlivem vnějšího prostředí. V tomto případě se však nejedná o stav trvalý, neboť při změně prostředí může dojít ke zlepšení stavu dítěte. Speciálněpedagogická disciplína, která se zabývá osobami s mentálním postižením, se nazývá psychopedie.

1.1.9. Žáci s tělesným postižením a chronickým onemocněním

Jako tělesně postižené označujeme osoby, které jsou omezeny v pohybových schopnostech v důsledku organického poškození. Protože motorika, vnímání, kognice a emoce jsou od sebe neoddělitelné, tělesné postižení postihuje člověka v celé jeho osobnosti. Jedná se o dlouhodobý nebo trvalý stav. Vědní obor, jehož předmětem zájmu jsou osoby s tělesným postižením a chronickým onemocněním, je somatopedie.

1.1.10. Žáci s poruchou autistického spektra

Žáci s poruchou autistického spektra se vyznačují triádou příznaků, mezi něž patří neschopnost vzájemné společenské interakce, neschopnost komunikace a omezený, stereotypně se opakující repertoár zájmů a aktivit.

1.1.11. Žáci s těžkým postižením a souběžným postižením více vadami

Jak z názvu vyplývá, jedná se o žáky postižené současně dvěma nebo více na sobě kauzálně nezávislými druhy postižení.

Pro potřeby resortu školství se žáci s těžkým postižením a souběžným postižením více vadami člení do tří skupin:

1. Skupina, v níž je společným znakem mentální retardace, která je determinujícím faktorem pro nejvýše dosažitelný stupeň vzdělávání a pro dosažitelnou míru výchovy. Proto je při rozhodování o způsobu vzdělávání pokládána za vadu dominantní.
2. Druhou skupinu tvoří kombinace vad tělesných, smyslových a vad řeči. Specifickou skupinu tvoří děti/žáci hluchoslepí.
3. Samostatnou skupinu tvoří děti/žáci s poruchou autistického spektra.

(Pipeková, J. 2010, s. 349)

1.2. Žáci se zdravotním znevýhodněním

Dítětem, žákem a studentem se zdravotním znevýhodněním je osoba zdravotně oslabená, dlouhodobě nemocná nebo s lehčími zdravotními poruchami vedoucími k poruchám učení a chování, které vyžadují zohlednění při vzdělávání. Jedná se například o žáky s epilepsií, cukrovkou či astma bronchiale.

1.3. Žáci se sociálním znevýhodněním

Mezi žáky se sociálním znevýhodněním patří ti, kteří pocházejí z rodinného prostředí s nízkým sociálně kulturním postavením, kteří jsou ohroženi sociálně patologickými jevy, dále žáci s nařízenou ústavní výchovou nebo uloženou ochrannou výchovou a žáci v postavení azylantů. Řadíme sem i žáky z jazykově odlišného prostředí, v němž vyrůstají žáci pocházející z majoritní populace.

1.4. Žáci nadaní nebo mimořádně nadaní

Nejčastěji je nadání definováno jako soubor schopností, které umožňují jedinci dosahovat výkonů nad rámec běžného průměru populace. Jednotná definice nadání však není dosud pevně stanovena, přestože této problematice se odborníci věnují více než sto let. Množství žáků s mimořádným nadáním se odhaduje na 3 až 10 %. Mimořádně nadaný žák může disponovat jedním, ale i několika druhy nadání.

(RVP ZV, 2013, s. 130)

Mimořádně nadaný žák se, dle RVP vyznačuje těmito specifiky:

- svými znalostmi přesahuje stanovené požadavky;
- problematický přístup k pravidlům školní práce;
- tendence k vytváření vlastních pravidel;
- sklon k perfekcionismu a s tím související způsob komunikace s učiteli, který může být i kontroverzní;
- vlastní pracovní tempo;
- vytváření vlastních postupů řešení úloh, které umožňují kreativitu;
- malá ochota ke spolupráci v kolektivu;
- rychlá orientace v učebních postupech;
- záliba v řešení problémových úloh zvláště ve spojitosti s vysokými schopnostmi oboru; přeceňování svých schopností u žáků s pohybovým nadáním;
- kvalitní koncentrace, dobrá paměť, hledání a nacházení kreativních postupů;
- vhled do vlastního učení;
- zvýšená motivace k rozšiřování základního učiva do hloubky, především ve vyučovacích předmětech, které reprezentují nadání dítěte;
- potřeba projevení a uplatnění znalostí a dovedností ve školním prostředí.

(RVP ZV, 2013, s. 130)

Z výše uvedených specifík vyplývá, že je nutné mimořádně nadaným žákům vytvořit pozitivní klima. Pro vytvoření vhodného a podnětného klimatu je zapotřebí dostatek vnímavost okolí ke specifickým žáků. Při vzdělávání mimořádně nadaných žáků by měl způsob výuky žáků vycházet důsledně z principů individualizace a vnitřní diferenciaci.

Nezastupitelnou roli má samozřejmě učitel – pedagog. Na tomto místě je třeba ještě upozornit na některé chyby, kterých se může učitel při práci s nadanými žáky nechtěně dopustit. Jedná se zejména o vysoká očekávání a nároky na nadaného žáka, která mohou vést k nechtěné podpoře perfekcionismu, mylný předpoklad, že nadaný žák nedělá chyby a využívání nadaného žáka jako pomocníka při výuce.

(Konečná, H. 2009)

Samostatnou kapitolou jsou potom nadaní žáci se specifickými poruchami učení. Tyto děti bývají označovány jako žáci s dvojí výjimečností. Jsou to nadaní žáci, u nichž se zároveň projevuje porucha učení, neboli jsou to ti, kteří prokazují významné nadání nebo talent a dovedou podat vynikající výkon, avšak kvůli poruše učení je pro ně školní výkon v některých aspektech znesnadněn. Jsou to tedy ti žáci, kteří disponují schopností myslet tak, jak je typické pro mimořádně nadané jedince, ale současně podávají ve škole výkon, jež jejich intelektovým schopnostem neodpovídá. (Portešová, Š. 2011, s. 29)

Zákon č. 561/2004 Sb. (školský zákon) zařadil mimořádně nadané žáky do české školské legislativy. Dále Věstník MŠMT z prosince 2006 uveřejnil Informaci ke vzdělávání dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných, ve kterém mimo jiné v článku VIII odst. 2 uvádí: Nadání se u konkrétního žáka může vyskytovat současně s další speciální vzdělávací potřebou (ADHD apod.), která může rozvoj nadání nebo jeho projevy znesnadňovat. Tyto okolnosti je nutné zohlednit ve fázi identifikace žáků i při volbě vhodných vzdělávacích opatření. V Rámcových vzdělávacích programech, v kapitole 9 s názvem *Vzdělávání žáků mimořádně nadaných* je zaneseno, že: Při vyhledávání mimořádně nadaných žáků je třeba věnovat pozornost i žákům s vývojovou poruchou učení.

Zakotvení mimořádně nadaných žáků do české legislativy je důležitým a zlomovým momentem. Je potřeba tyto dokumenty respektovat a naučit se, že mimořádné nadání a SPU se vzájemně nevylučují. (Portešová, Š. 2011)

2 VZDĚLÁVÁNÍ ŽÁKŮ SE SPECIÁLNÍMI VZDĚLÁVACÍMI POTŘEBAMI

Vzdělávání v České republice se uskutečňuje v souladu se **zákonem č. 472/2011 Sb.**, kterým se mění **zákon č. 561/2004 Sb.**, *o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon)*. V tomto zákoně je mimo jiné zahrnuto jedno ze základních práv, a to právo na vzdělání všech dětí, tedy i dětí a žáků s postižením.

Problematika vzdělávání žáků se SVP je upravena **vyhláškou č. 147/2011 Sb.**, kterou se mění **vyhláška č. 73/2005 Sb.**, *o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných*.

V § 1 této vyhlášky se stanovuje, že vzdělávání žáků se SVP se uskutečňuje s využitím **vyrovnávacích** a **podpůrných opatření**. Vyrovnávacími opatřeními při vzdělávání žáků se zdravotním nebo sociálním znevýhodněním se ve smyslu této vyhlášky rozumí například využívání pedagogických, popřípadě speciálněpedagogických metod a postupů, které odpovídají vzdělávacím potřebám žáků. Podpůrnými opatřeními při vzdělávání žáků se zdravotním nebo sociálním znevýhodněním se ve smyslu této vyhlášky rozumí například využití speciálních metod, postupů, forem a prostředků vzdělávání, snížení počtu žáků ve třídě nebo zajištění služeb asistenta pedagoga. Podpůrnými opatřeními při vzdělávání žáků mimořádně nadaných se ve smyslu této vyhlášky rozumí například využití speciálních metod, didaktických materiálů nebo poskytování pedagogicko-psychologických služeb.

Každé dítě musí začít **povinnou školní docházkou** počátkem školního roku, který následuje po dni, kdy dítě dosáhne šesti let. V případě, že není dítě po dovršení šestého roku tělesně nebo duševně přiměřeně vyspělé, může ředitel školy na základě písemné žádosti zákonného zástupce dítěte odložit začátek povinné školní docházky o jeden školní rok. Dítě musí zahájit povinnou školní docházkou nejpozději ve školním roce, ve kterém dovrší osmi let. (§ 37 školského zákona)

Ředitel školy může s písemným doporučením školského poradenského zařízení povolit žákům se SVP vzdělávání podle **individuálního vzdělávacího plánu** (dále jen IVP). Tuto žádost podává zákonný zástupce žáka. (§ 18 školského zákona)

IVP vychází ze školního vzdělávacího programu příslušné školy, závěrů speciálněpedagogického vyšetření, psychologického vyšetření školským poradenským

zařízením, popřípadě z doporučení odborného lékaře. IVP je závazným dokumentem pro zajištění speciálních vzdělávacích potřeb žáka a obsahuje mimo jiné:

- údaje o obsahu, rozsahu, průběhu a způsobu poskytování individuální speciálněpedagogické nebo psychologické péče žákovi včetně zdůvodnění,
- údaje o cíli vzdělávání žáka, časové a obsahové rozvržení učiva, volbu pedagogických postupů, způsob zadávání a plnění úkolů a způsob hodnocení,
- seznam kompenzačních pomůcek, speciálních učebnic a didaktických materiálů nezbytných pro výuku žáka,
- závěry speciálněpedagogických, popřípadě psychologických vyšetření.

(§ 6 vyhlášky č. 73/2005 Sb.)

Ředitel školy, ve které se vzdělává žák se SVP, může zřídit funkci **asistenta pedagoga**, mezi jehož hlavní činnosti patří pomoc žákům při přizpůsobení se školnímu prostředí, pomoc pedagogickým pracovníkům školy při výchovné a vzdělávací činnosti, pomoc při komunikaci se žáky, při spolupráci se zákonnými zástupci žáků a komunitou, ze které žák pochází. (§ 7 vyhlášky 73/2005 Sb.)

Pro vzdělávání žáků se SVP je důležitá i **vyhláška č. 116/2011 Sb.**, kterou se mění **vyhláška č. 72/2005 Sb.**, o poskytování poradenských služeb ve školách a školských zařízeních. V této vyhlášce jsou charakterizována jednotlivá poradenská zařízení dle cílové skupiny, účel jejich zřízení, podmínky poskytnutí služeb a standardní činnosti.

Cílem pedagogicko-psychologických poradenských služeb je poskytovat podporu a odbornou pomoc při řešení osobních problémů dětí a žáků, zjišťovat a řešit obtíže a problémy psychického a sociálního vývoje žáků v průběhu edukačního procesu, při prevenci sociálně patologických jevů a při volbě povolání a profesionální orientaci. Odborná pomoc probíhá formou intervence, diagnostiky, konzultace nebo podáváním informací. (Bartoňová, M., Vítková M. 2013)

Mezi poradenské pracovníky ve školách a školských zařízeních patří **výchovný poradce, školní metodik prevence, školní psycholog a školní speciální pedagog**. Ke specializovaným školským poradenským zařízením patří pedagogicko-psychologické poradny, speciálněpedagogická centra a střediska výchovné péče.

Pedagogicko-psychologické poradny (PPP)

Činnost PPP je zaměřená zejména na komplexní psychologickou, speciálněpedagogickou a sociální diagnostiku, jejímž cílem je především zjištění příčin poruch učení, příčin poruch chování, příčin dalších problémů ve vývoji osobnosti, výchově a vzdělávání dětí a mládeže a individuálních předpokladů v souvislosti s profesní orientací žáků. (Bartoňová, M., Vítková M. 2013)

Tým odborných pracovníků tvoří psycholog, speciální pedagog a sociální pracovníce.

Speciálněpedagogická centra (SPC)

Speciálněpedagogická centra se zaměřují na poradenskou činnost pro děti a žáky s jedním typem postižení, případně na děti se souběžným postižením více vadami, kde dominuje typ postižení, pro které bylo SPC zřízeno. Poradenské služby poskytují dětem od nejranějšího věku, žákům do doby ukončení povinné školní docházky, po dobu studia na středních školách a podle potřeby i pro jedince s různým typem postižení v období rané dospělosti. Těžiště služeb poskytovaných SPC spočívá v systematické speciálněpedagogické, psychologické a psychoterapeutické práci. Činnost SPC je funkční zejména pro děti, které nemohou být z různých důvodů umístěny ve speciálních školách nebo pro děti integrované. (Pipeková, J. 2010)

Tým odborných pracovníků tvoří také psycholog, speciální pedagog a sociální pracovníce.

Střediska výchovné péče (SVP)

Cílem činnosti SVP je nabídnout dětem a žákům okamžitou pomoc, radu nebo systematickou péči při zachycení prvních signálů výchovných problémů, předcházet tak dalším vážnějším výchovným poruchám a odstraňovat či zmírňovat již vniklé poruchy chování, rozvíjet spolupráci s rodinou, přispívat k podpoře či obnově jejich funkcí a k ochraně práv dítěte, poskytovat poradenské služby pedagogickým pracovníkům a jiným odborným pracovníkům. Naplňování uvedených cílů dosahují SVP zejména činností diagnostickou, poradenskou, psychoterapeutickou, výchovnou a vzdělávací.

(Pipeková, J. 2010, s. 58)

Střediska výchovné péče úzce spolupracují s pedagogicko-psychologickými poradnami a také se speciálněpedagogickými centry. Jejich činnost je stanovena

v **zákoně č. 383/2005**, kterým se mění **zákon č. 109/2002 Sb.**, o výkonu ústavní výchovy nebo ochranné výchovy ve školských zařízeních a o preventivně výchovné péči ve školských zařízeních.

2.1. Vzdělávání žáků se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním

Vzdělávání žáků se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním se uskutečňuje:

- ve školách samostatně zřízených pro tyto žáky;
- v samostatných třídách, odděleních nebo studijních skupinách s upravenými vzdělávacími programy;
- formou individuální integrace do běžných tříd.

(RVP ZV, 2013, s. 126)

RVP ZV stanovuje odpovídající podmínky pro vzdělávání žáků se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním a je východiskem pro tvorbu školního vzdělávacího programu (dále jen ŠVP). Vytvořené ŠVP jsou podkladem pro tvorbu individuálních vzdělávacích plánů. (RVP ZV, 2013, s. 126)

Pro úspěšné vzdělávání žáků se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním je potřebné zabezpečit tyto podmínky:

- uplatňovat zdravotní hlediska respektovat individualitu a potřeby žáka;
- umožnit využívat všech podpůrných opatření při vzdělávání žáků;
- uplatňovat princip diferenciací a individualizace vzdělávacího procesu při organizaci činností, při stanovování obsahu, forem i metod výuky;
- zabezpečit odbornou výuku předmětů speciálněpedagogické péče;
- zohlednit druh, stupeň a míru postižení nebo znevýhodnění při hodnocení výsledků vzdělávání;
- odstraňovat architektonické bariéry a provádět potřebné změny, případně úpravy školního prostředí;

- spolupracovat se zákonnými zástupci žáka, školskými poradenskými zařízeními a odbornými pracovníky školního poradenského pracoviště, v případě potřeby spolupracovat s odborníky z jiných resort (zejména při tvorbě IVP);
- spolupracovat s ostatními školami, které vzdělávají žáky se zdravotním postižením a zdravotním znevýhodněním;
- podporovat nadání a talent žáků vytvářením vhodné vzdělávací nabídky.

(RVP ZV, 2013, s. 127)

Mezi další podmínky týkající se vzdělávání žáků se zdravotním postižením patří například:

- umožnit využití vyšší časové dotace (ve všech ročnících) k posílení předmětů, které vzhledem k postižení žáků vyšší časovou dotaci vyžadují;
- upravit a formulovat očekávané výstupy vzdělávacích oborů v jednotlivých obdobích tak, aby byly pro tyto žáky z hlediska jejich možností reálné a splnitelné, a těmto výstupům přizpůsobit i výběr učiva;
- umožnit v případě potřeby, v souladu s právními předpisy, působení asistenta pedagoga ve třídě nebo studijní skupině.

(RVP ZV, 2013, s. 127)

2.2. Vzdělávání žáků se sociálním znevýhodněním

Hlavním problémem při vzdělávání žáků z kulturně odlišného prostředí je jejich nedostatečná znalost vzdělávacího jazyka. Je proto nutné věnovat pozornost nejen osvojení českého jazyka, ale i seznámení s českým prostředím, jeho kulturními zvyklostmi a tradicemi. Je nezbytné, aby škola při přípravě ŠVP vnímala jinou národnost, etnicitu, či hodnotovou orientaci všech svých žáků. Těmto žákům, právě tak jako žákům z rodinného prostředí s nízkým sociálně kulturním a ekonomickým postavením, je potřeba věnovat specifickou péči v takovém rozsahu, který potřebují. Pro úspěšné vzdělávání těchto žáků, je nejdůležitějším činitelem především učitel

(RVP ZV, 2013, s. 128)

Pro úspěšné vzdělávání žáků se sociálním znevýhodněním je potřebné zabezpečit tyto podmínky:

- individuální nebo skupinovou péči;
- přípravné třídy;
- pomoc asistenta pedagoga;
- menší počet žáků ve třídě;
- odpovídající metody a formy práce;
- specifické učebnice a materiály;
- pravidelnou komunikaci a zpětnou vazbu;
- spolupráci s psychologem, speciálním pedagogem – etopedem, sociálním pracovníkem, případně s dalšími pracovníky.

(RVP ZV, 2013, s. 128)

2.3. Vzdělávání žáků nadaných nebo mimořádně nadaných

Jak je již uvedeno v 1. kapitole, mimořádně nadaní žáci mají své speciální vzdělávací potřeby, na něž je třeba reagovat a vytvářet pro ně vhodné podmínky.

Identifikace mimořádného nadání je dlouhodobý proces. Především u žáků do devíti let je náročné jednoznačně stanovit, zda se jedná o mimořádně nadání, nebo o zrychlený vývoj, který se postupně může vyrovnávat s věkovou normou a ve výsledku se může pohybovat v pásmu lepšího průměru. Při identifikaci mimořádného nadání se uplatňují metody pedagogické, psychologické, pedagogicko-psychologické i laické.

Při vzdělávání mimořádně nadaných žáků by měl způsob výuky žáků vycházet důsledně z principů individualizace a vnitřní diferenciaci.

Příklady pedagogicko-organizačních úprav:

- individuální vzdělávací plány;
- doplnění, rozšíření a prohloubení vzdělávacího obsahu;
- zadávání specifických úkolů;
- zapojení do samostatných a rozsáhlejších prací a projektů;
- vnitřní diferenciaci žáků v některých předmětech;

- občasné (dočasné) vytváření skupin pro vybrané předměty s otevřenou možností volby na straně žáka;
- účast ve výuce některých předmětů se staršími žáky.

(RVP ZV, 2013, s. 128)

Vzdělávání nadaných dětí, žáků a studentů stanovuje § 17 školského zákona.

2.4. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání – – vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Kurikulární dokumenty, které zavádějí nový systém pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let, jsou vytvářeny na dvou úrovních – státní a školní. Státní úroveň představují *Národní program vzdělávání a rámcové vzdělávací programy*. Školní úroveň představují *školní vzdělávací programy*, podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách.

Vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace** je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům.

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru je tvořen očekávanými výstupy a učivem. V rámci 1. stupně je vzdělávací obsah dále členěn na 1. období (1.–3. ročník) a 2. období (4.–5. ročník).

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (2013) rozděluje vzdělávací oblast **Matematika a její aplikace** pro 1. stupeň na následující čtyři tematické okruhy:

1. ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE

V rámci tohoto okruhu si žáci osvojují aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (umět operaci propojit s reálnou situací). Učí se získávat číselné údaje měřením, odhadováním, výpočtem a

zaokrouhlováním. Seznamují se s pojmem proměnná a s její rolí při matematizaci reálných situací.

Očekávané výstupy – 1. období

Žák

- používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků;
- čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti;
- užívá lineární uspořádání, zobrazí číslo na číselné ose;
- provádí z paměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly;
- řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace.

Očekávané výstupy – 2. období

Žák

- využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení;
- provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel;
- zaokrouhluje přirozená čísla, provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel;
- řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel;
- modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku;
- porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel;
- přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty;
- porozumí významu znaku „-“ pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose.

2. ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Žáci se učí určité typy změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa. Tyto změny a závislosti analyzují z tabulek, diagramů a grafů, v jednoduchých případech je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem. Zkoumání těchto závislostí směřuje k pochopení pojmu funkce.

Očekávané výstupy – 1. období

Žák

- orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času;
- popisuje jednoduché závislosti z praktického života;
- doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel.

Očekávané výstupy – 2. období

Žák

- vyhledává, sbírá a třídí data;
- čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy.

3. GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

V tomto tematickém okruhu žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah, zdokonalovat svůj grafický projev.

Očekávané výstupy – 1. období

Žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa, nachází v realitě jejich reprezentaci;
- porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky;
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.

Očekávané výstupy – 2. období

Žák

- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici), užívá jednoduché konstrukce;
- sčítá a odčítá graficky úsečky, určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran;
- sestrojí rovnoběžky a kolmice;
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu;
- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.

4. NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Nestandardní aplikační úlohy a problémy jsou důležitou součástí matematického vzdělávání, protože jejich řešení může být nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale je při nich nutné uplatnit logické myšlení. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.

Očekávané výstupy – 2. období

Žák

- řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.

(RVP ZV, 2013, s. 29 - 32)

3 VÝUKOVÉ METODY

Výuková metoda je cesta k naplnění cílů vyučování. Je ze své podstaty svázána s osobností učitelů a žáků, odráží jejich názory, přístupy a zkušenosti.

Výukové metody nejsou ovšem rozhodujícím činitelem výuky, nýbrž jen jedním z prvků výchovně-vzdělávacího systému, a nemohou proto nahradit chybějící obsah nebo kompenzovat nezřetelný cíl. Naopak jsou vázány na celkovou koncepci výuky a jen v jejím rámci jsou efektivní a plně funkční. (Maňák, J., Švec, V. 2003)

3.1. Klasifikace výukových metod

1. Klasické výukové metody

- Vyprávění
- Vysvětlování
- Přednáška
- Práce s textem
- Rozhovor

2. Aktivizující metody

- Metody diskusí
- Metody heuristické, řešení problémů
- Metody situační
- Metody inscenační
- Didaktické hry

3. Komplexní výukové metody

- Frontální výuka
- Skupinová a kooperativní výuka
- Partnerská výuka
- Individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků
- Kritické myšlení

- Projektová výuka
- Brainstorming
- Výuka dramatem
- Otevřené učení
- Televizní výuka
- Učení v životních situacích
- Výuka podporovaná počítačem
- Sugestopedie a superlearning
- Hypnopedie

(Maňák, J., Švec, V. 2003)

Moderní doba přinesla i další možnosti vzdělávání. Používání počítačů přineslo tzv. **e-learning**. Jedná se v podstatě o výuku za pomoci výpočetní techniky a internetu. E-learning využívá prakticky všechny dostupné multimediální prvky, tyto prvky působí na více smyslů současně, a pokud jejich užívání není nadměrné, přináší požadovaný efekt.² Nesporné výhody přináší e-learning především znevýhodněným skupinám lidí, kteří mohou využívat speciální elementy počítačového a internetového světa. V návaznosti na technologický rozvoj a používání mobilních telefonů, které umožňují připojení na internet, se rozvíjí tzv. **m-learning** – mobilní vzdělávání.

Součástí většiny škol, ale i ostatních vzdělávacích zařízení se stala **interaktivní tabule**. Je to velká interaktivní plocha, ke které je připojen počítač a datový projektor, případně jde o velkoplošnou obrazovku (LCD, LED, plasma) s dotykovým senzorem. Projektor promítá obraz z počítače na povrch tabule a přes ni můžeme prstem, speciálními fixy nebo dalšími nástroji ovládat počítač nebo pracovat přímo s interaktivní tabulí. Tabule je většinou připevněna na stěnu nebo může být na stojánu.³

Při vzdělávání žáků se SVP je důležité volit vhodné výukové metody a formy práce. V tomto ohledu jsou přínosné **aktivizující výukové metody**, které se vymezují jako „*postupy, které vedou výuku tak, aby se výchovně-vzdělávacích cílů dosahovalo*“

² © 2015 LMS unifor. Dostupné z: <http://www.lmsunifor.com/index.php/zajimavosti/multimedia-a-online-technologie/167-multimedialni-prvky-v-e-learningovem-vzdlavani>

³ © 2015 Wikipedie. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Interaktivn%C3%AD_tabule

hlavně na základě vlastní učební práce žáků, přičemž důraz se klade na myšlení a řešení problémů.“ (Jankovcová M., Průcha J., Koudela J., 1988 in Maňák, J., Švec, V. 2003)

Využívání aktivizujících metod přispívá k rozvoji osobnosti žáka, k jeho charakterové samostatnosti, zodpovědnosti a tvořivosti. Aktivizující metody počítají se zájmem žáků, vychází vstříc individuálním učebním stylům a celkově mají příznivý vliv na vytváření školního klimatu. Avšak Maňák a Švec v publikaci *Výukové metody* z roku 2003 uvádí: „Některá výzkumná šetření upozorňují na skutečnost, že aktivizující metody mají své limity, s nimiž je nutno počítat.“ (Maňák, J., Švec, V. 2003, s. 106)

3.2. Alternativní výukové metody

Existuje několik alternativních škol, ve kterých se uplatňují specifické výukové metody. K vysvětlení pojmu „*alternativní škola*“ cituji německý Wörterbuch Pädagogik: Alternativní školy jsou takové, které se odlišují zcela nebo částečně svými cíli, učebními obsahy, formami učení a vyučování, organizací školního života a spoluprací s rodiči od jednotných charakteristik státní/veřejné školy, a tím nabízejí jinou možnost učení a vyučování. Alternativní školy vznikly z kritiky vznášené vůči veřejné škole a jsou považovány z hlediska svých rozdílných antropologických, filosofických nebo pedagogických základů za reformní školy. Alternativní školy jsou zpravidla školy s neveřejným zřizovatelem, tj. svobodné školy. (Schaub, Zenke, 2000 in Průcha, J. 2012, s. 22)

Daltonská výuka

Hlavní myšlenkou daltonského plánu je jiná organizace vzdělávání, smlouva žáka s učitelem o programu práce na určité období. Žák se svobodně rozhoduje o své práci, postupuje svým tempem, učí se spolupracovat s ostatními žáky. Je evidentní, že nejde o prvky neznámé. Jiné je to, že jsou aplikovány cílevědomě, se znalostí psychologických potřeb dítěte. (Wenke, H., Röhner, R. 2000)

Činnost této výuky vychází ze tří daltonských principů:

- Učit se zacházet se svobodou (být svobodný).
- Učit se samostatně pracovat.
- Učit se spolupracovat.

Waldorfská výuka

Výchova a vzdělávání ve waldorfské škole jsou plně podřízeny tomu, aby podněcovaly a rozvíjely aktivitu dítěte, jeho zájmy a potřeby. (Průcha, J. 2012)

Mezi hlavní rysy waldorfské pedagogiky patří učení v souvislostech, které se realizuje výukou v tzv. epochách. Důraz je kladen na estetickovýchovné předměty, pracovní činnosti, cizí jazyky, práci s rytmem a značný vliv je též přisuzován náboženské výchově. Žáci nejsou hodnoceni známkami, ale slovním hodnocením. Při plánování výuky učitelé úzce spolupracují hlavně s žáky a částečně i s jejich rodiči.

Montessoriovská výuka

Základním smyslem montessoriovské koncepce je vytvářet takové edukační prostředí, které umožňuje normální, přirozený vývoj dětí. Vnitřní potřeba „něčemu se naučit“ se vyvíjí v tzv. senzitivních fázích⁴. (Průcha, J. 2012)

Žáci pracují ve věkově smíšených skupinách, zásadní roli hrají speciální pomůcky, kterou jsou vytvořeny tak, aby si děti mohly samy kontrolovat správnost řešení.

Motto Montessori pedagogiky: „*Pomoz mi, abych to dokázal sám.*“

Z celé řady moderních alternativních škol bych ještě ráda zmínila **Vzdělávací program Začít spolu** (*mezinárodně nazývaný Step by step*). Tento program vychází z nejnovějších poznatků o fungování lidského mozku, procesů učení a praxí mnoha škol. Klade důraz na individuální přístup k dítěti, prosazuje a umožňuje inkluzi dětí se speciálními vzdělávacími potřebami, využívá integrovanou tematickou výuku a podnětné prostředí ve třídě (třídy jsou rozděleny na tzv. centra aktivit s různými materiály podle zaměření – čtení, psaní, matematika apod.) Dítě si samo vybírá centrum, do kterého daný den půjde, během určité doby (např. týdne) však musí vystřídat všechna centra⁵.

⁴ Tyto fáze přicházejí samy, bez vlivu dospělých. Vychází z vývojových potřeb dítěte a vyznačují se výrazným zájmem dítěte o určitou činnost. Dítě je v tomto období nejlépe připraveno a naladěno na zvládnutí určitého problému či učebního postupu. Zvládne se naučit novým věcem bez námahy a s radostí. Senzitivní fáze jsou individuální, každé dítě prožívá tato období na určité činnosti v různém věku. (© 2014 Společnost Montessori o. s. Dostupné z: www.montessoricr.cz)

⁵ © 2001 - 2015 Alternativní školy. Dostupné z: <http://www.alternativniskoly.cz/zacit-spolu/zacit-spolu/>

3.3. Výuka matematiky podle koncepce profesora Milana Hejného

Hejného metoda je netradiční způsob výuky matematiky, počátky můžeme nalézt již ve 40. letech 20. století u otce Milana Hejného. Na myšlenky svého otce navázal o 30 let později sám Milan Hejný. Začal rozvíjet novou metodu zaměřenou na budování sítě mentálních matematických schémat, které si každý žák tvoří řešením vhodných úloh a diskuzí o svých řešeních se spolužáky.

Cílem této koncepce je rozvoj žáka v celé jeho osobnosti s využitím jeho předchozích a každodenních zkušeností. Učitel má vyjadřovat uznání za originální myšlenky a nápady žáků a podporovat v nich samostatné přemýšlení.

3.3.1. Dvanáct klíčových principů metody⁶

Princip č. 1 Budování schémat

Schéma je souhrn navzájem propojených znalostí, které se týkají známého prostředí. Při budování schémat se vychází z faktu, že ve vědomí každého z nás se nachází celá řada schémat (*např. schéma bytu, školy, dětského hřiště, vztahů*).

Princip č. 2 Práce v prostředích

Jednotlivá prostředí byla vytvořena proto, aby se děti pohybovaly tam, kde to již znají (*např. autobus, sousedé, krokování*). Ve známých prostředích mají děti pocit, že si hrají, a ani nevnímají, kolik jednotlivých cvičení vyřeší. Děti jsou aktivní, úkoly se pro ně stávají výzvou a rozvíjejí chuť dozvědět se něco nového. S náměty jednotlivých prostředí se žáci seznamují v jednoduchých úlohách, postupně se úlohy rozšiřují a gradují.

Některá prostředí podrobně představují v následující kapitole.

Princip č. 3 Prolínání témat

Prolínání témat vychází ze skutečnosti, že vlastní zkušenost a informace, které spolu logicky souvisejí, si zapamatujeme lépe než fakta či pravidla, se kterými jsme se

⁶ © 2015 H-mat, o.p.s. Dostupné z: www.h-mat.cz

dosud nesetkali. Pokud spolu totiž informace logicky souvisejí, dokážeme si je kdykoliv vybavit, lépe jim porozumět a postupně na ně navazovat (*např. překládání papíru, sčítání a odčítání v různých prostředích*).

Princip č. 4 Rozvoj osobnosti

Tento princip klade důraz na to, aby se děti nenechaly v životě manipulovat. Děti se učí argumentovat, diskutovat, hodnotit sebe i druhé. Učí se, co je pro ně správné, umí se rozhodovat a respektovat ostatní – jejich názory a nápady využívají k rozšíření vlastních myšlenek. Vedle matematiky se tak přirozenou cestou pokládají základy sociálního chování, děti mravně rostou.

Princip č. 5 Skutečná motivace

Úlohy v Hejného metodě jsou postaveny tak, aby jejich řešení děti bavilo, aby na řešení úkolů přišly díky své vlastní snaze. Děti zažívají radost z vlastního úspěchu, podporovaná je vnitřní motivace.

Princip č. 6 Reálné zkušenosti

Princip reálné zkušenosti vychází z toho, že zkušenosti se nedají přenést, ale lze je pouze získat. K tomu, aby dítě získalo zkušenost v matematice, musí řešit úlohu. Při řešení úloh sbírá reálné zkušenosti, a to i tehdy, když úlohu nevyřeší. Osobně si totiž uvědomí, co ještě potřebuje k tomu, aby konkrétní úlohu vyřešilo. Např. počítáním na prstech se dítě naučí zobecňovat a pochopí, že pět prstů je přesně tolik jako pět míčů, i když míče fyzicky nevidí. Pod pojmem „pět“ si vybuduje jasnou číselnou představu a chápe číslo pět jako abstraktní pojem. Prsty se tak stávají generickým (zástupným) modelem.

Princip č. 7 Radost z matematiky

Matematická prostředí v učebnicích jsou navržena tak, aby dětem umožňovala vlastní objevy, podporovala samostatné přemýšlení a rozhodování. Děti dostávají úlohy s obtížností přiměřenou jejich dovednostem. Radost z úspěchu tak mohou zažít i slabší žáci.

Princip č. 8 Vlastní poznatek

Tento princip je postaven na přesvědčení, že poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý. Žák sbírá zkušenosti, o kterých dále mluví a konzultuje je se svými spolužáky. Důležité je, že rozumí, jaké matematické problémy řeší.

Princip č. 9 Role učitele

Učitelem se při výuce Hejného metodou stává ten, kdo organizuje hodinu, zadává vhodné úlohy a řídí diskuze žáků nad jednotlivými problémy. Učitel nic nevysvětluje, nechává žáky, aby o zadané úloze sami diskutovali. Pokud žáci chybují, neopravuje je, ale vyzve je ke kontrole a čeká, až chybu objeví sami. Učitel pracuje s různorodostí žáků a musí se naučit připravovat tzv. gradované úlohy, tedy úlohy různé obtížnosti.

Princip č. 10 Práce s chybou

Pokud přijmeme chybu jako nedílnou součást učení a umíme s ní dobře naložit, je nám vítaným společníkem na cestě k porozumění. Proto práce s chybou patří do jednoho z principů této metody. Je důležité podporovat děti v tom, aby byly schopné si nalézt chybu samy a umět vysvětlit, proč chybu udělaly. Chybu využíváme jako prostředek k učení. Učitel by měl také ocenit, pokud jej žák upozorní na jeho chybu, poděkovat za opravu a vyslovit žákovi uznání. Následně by měl tuto chybu hlasitě analyzovat. Tímto přístupem zároveň žáky učí, jak se lze k chybě pozitivně postavit.

Princip č. 11 Přiměřené výzvy

Úlohy v učebnicích jsou odstupňovány podle obtížnosti. Úkolem učitele je tyto úlohy předkládat svým žákům přiměřeně podle jejich schopností a dovedností. Učitelé vytvářejí tzv. gradované testy, které obsahují podobné úlohy různé obtížnosti (*např. 3 úlohy z prostředí krychlových staveb označené jako lehčí, střední a těžká*). Proto i slabší žáci vždy vyřeší nějakou úlohu a zažívají pocity radosti a úspěchu.

Princip č. 12 Podpora spolupráce

Ve vyučováních se maximálně podporuje vzájemná spolupráce žáků. Jsou vyžadované diskuze, vlastní poznatky žáků jsou vítány. Vychází se z toho, že i ti žáci, kteří rádi pracují samostatně, se nevyhýbají následné diskuzi se svými spolužáky. Učitel pouze přihlíží a nechává žáky svá řešení formulovat a obhajovat před ostatními.

3.3.2. Pět zásad výuky

Pět zásad výuky Hejného metodou a „desatero“ z toho pro učitele plynoucí⁷

A. Hierarchie cílů.

Cíle výchovné jsou důležitější než cíle poznatkové, protože kvalitu společnosti více určují hodnoty mravní než hodnoty znalostí. Porozumění je důležitější než dovednost.

1. *Podporuj autonomii dětí. Věř tomu, že děti jsou chytré a že jsou schopny při dobrém vedení učitele většinu matematických poznatků objevit samy.*
2. *Hodnot' v pravou chvíli a přiměřeně.*

B. Klima výuky.

Strach blokuje myšlení. Ovzduší vzájemné důvěry žáků a učitele podporuje radost z práce a jeho tvořivost. Úspěch žáka učitel se žákem citově spoluprožívá. Žákovu chybu pak pomáhá bez emocí analyzovat a poučit se z ní. Chyba není jen nežádoucí. Analýza chyby je asi nejúčinnější způsob nabývání znalostí.

3. *O úspěšnosti mé práce nerozhodují výkony dětí prokázané v pětiminutovkách, ale jejich radost z „dělání“ matematiky. Radost z kognitivního úspěchu je u dětí největším hnacím motorem matematického poznání, pro učitele je radost dětí barometrem toho, co děti potřebují.*
4. *Neopravuj chyby a vytvoř situaci, v níž žák sám nebo ostatní žáci chyby objeví sami. Chyba je důležitým nástrojem poznání.*
5. *Nevyslovuj se k názoru dítěte, zda je dobrý. Obrat' to na třídu.*

⁷ © 2015 H-mat, o.p.s. Dostupné z: www.h-mat.cz

C. Přiměřené možnosti pro každého žáka.

Děti přicházející do 1. ročníku se mohou výrazně lišit svými předchozími matematickými zkušenostmi i danými schopnostmi. Postup výuky musíme zvolit takový, aby i mírně podprůměrné děti byly schopny úlohy řešit a aby se i děti s vyspělejší kulturou matematického myšlení rozvíjely.

6. *Individualizuj – žádný žák nesmí být frustrován svou neschopností a ani otráven, že nemá co dělat.*

D. Poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý.

Učitel, který vede žáky k samostatnému hledání řešení, dává žákům víc než učitel, který je učí, jak ten či onen typ úloh řešit. První cesta vyžaduje trpělivost a čas. Výsledky se dostavují pomaleji, ale jsou trvalé a schopné dalšího rozvoje. Druhá cesta je rychlejší, ale nabízí žákovi spíše protězu poznatku než skutečný poznatek.

7. *Nic nevysvětluj.*
8. *Nepřerušuj myšlenkový tok dítěte.*

E. Komunikace.

Role učitele je motivační a organizační. Úloha badatele náleží žákům. V diskusi se bude objevovat mnoho podnětů, názorů a chybných představ, které pomáhají všem zúčastněným vytvořit si vlastní plnohodnotný, do již existující struktury znalostí dobře zapadající poznatek.

9. *Minimalizuj svou akustickou přítomnost.*
10. *Podporuj komunikaci ve třídě žák - žák, žák - skupina, žák - třída, nejméně žák - učitel.*

3.3.3. Přehled očekávaných výstupů – 1. stupeň

Očekávaným výstupům dle RVP ZV se podrobně věnuji ve 2. kapitole, v odstavci 2.4.

V následujících bodech uvádím přehled očekávaných výstupů dle RVP ZV, které pokrývají učebnice matematiky prof. Hejného a kolektivu na 1. stupni ZŠ⁸.

1. ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE

Očekávané výstupy

1. ročník

Žák

- rozumí číslům do 20, užívá je v různých sémantických i strukturálních modelech. Počítá v oboru do 20. Rozumí slovu polovina.
- má vhled do různých reprezentací malých čísel; umí porovnávat čísla do 20.
- rozumí číselné ose, má intuitivní představu záporného čísla. Chápe pojmy vpravo, vlevo, před, za.
- umí používat aditivní triádu i v kontextu.
- umí řešit úlohy (i s antisignálem). Umí tvořit analogické úlohy. Má zkušenosti s jednoduchou kombinatorickou situací. Má zkušenost s jevem náhody.

2. ročník

Žák

- sčítá a odčítá i s přechodem přes desítku, sčítá a odčítá v oboru do 100. Počítá po desítkách, po jedné v oboru do 100. Porovnává a zaokrouhluje. Žák získává porozumění pro násobení jednomístným číslem v různých kontextech sémantických i strukturálních. Rozumí slovům polovina, čtvrtina, osmina a třetina.
- rozšiřuje počítání v číselném oboru do 100. Zapisuje a čte čísla v oboru do 100. Chápe rovnost a nerovnost i v různých sémantických kontextech (např. peníze).
- porovnává čísla a užívá číselnou osu do 100 jak na modelování stavu, tak i na změny nebo porovnání.
- násobí formou opakovaného sčítání. Dělí v oboru probraných násobílek. Dělí na části, dělí po částech.

⁸ © 2014 Nakladatelství Fraus. Dostupné z: <http://ucebnice.fraus.cz/matematika-prof-hejny/>

- umí řešit úlohy na násobení a dělení v oboru násobílek (i s antisignálem). Umí tvořit analogické úlohy. Řeší a vytváří slovní úlohy se dvěma různými početními výkony. Rozumí kombinatorickému kontextu násobení.

3. ročník

Žák

- sčítá a odčítá v oboru do 1 000. Rozumí vztahu rovnosti a nerovnosti v oboru do 1 000. Sestavuje a řeší jednoduché rovnice popsané slovy. Užívá závorky. Dobře se orientuje v situacích s násobením i dělením. Umí násobit vícemístná čísla a dělit trojmístné číslo jednomístným. Rozumí zlomkům $1/n$ pro malá n .
- řeší úlohy na porovnávání trojčiferných čísel. Osvojuje si pojem prvočíslo. Zná dělitelnost čísla 2, 5 a 10. Umí slovy zapsat zlomky $1/n$ pro malá n .
- užívá číselnou osu do 1 000. Porovnává trojčiferná čísla pomocí číselné osy. Násobí deseti. Umí používat multiplikativní triádu i v kontextu. Buduje řešitelské strategie – řetězení od konce, vyčerpání všech možností, rozklad na podúlohy. Má zkušenosti s jednoduchou permutací, variací i kombinací.

4. ročník

Žák

- počítá (sčítá, odčítá, násobí, porovnává a zaokrouhluje) v číselném oboru do 1 000 000. Dělí dvoumístným číslem (se zbytkem). Umí řešit vizualizované úlohy se zlomky typu $1/n$ pro malá n . Nabývá zkušenosti s pojmem parametr.
- buduje procept vícemístných přirozených čísel a operací s nimi. Rozumí některým sémantickým reprezentacím pojmů záporné číslo, kmenový zlomek, procento, desetinné číslo. Má vytvořenou představu záporného čísla jako adresy.
- provádí složitější operace na číselné ose (zahušťování, zvětšování, zmenšování, fragmentaci, změnu měřítka). Nabývá zkušeností relací na zlomcích a operací se zlomky.
- umí účelně propojovat písemné a paměťové počítání (i s použitím kalkulačky).
- řeší slovní úlohy (i dynamické) včetně úloh s antisignálem. Používá tabulky a grafy k modelování a řešení různých situací. Tvoří obdobné úlohy.

5. ročník

Žák

- počítá v číselném oboru přes 1 000 000. Dělí trojmístným číslem se zbytkem. Umí řešit jednoduché úlohy s parametrem a zobecňovat získané poznatky. Umí řešit jednoduché úlohy se zlomky, desetinnými čísly a procenty.
- osvojuje si římské číslice a seznamuje se s jinými číselnými soustavami. Počítá v některých jiných číselných soustavách (souvislost mezi písemnými algoritmy). Řeší jednoduché rovnice. Umí řešit pomocí modelů úlohy se závorkami v oboru celých čísel.
- provádí operace se zlomky se jmenovateli 2, 3, 4, 5, 10. Rozumí číslu se dvěma desetinnými místy v některých sémantických kontextech a umí s ním operovat.
- umí zpracovat databázi propojováním písemného a paměťového počítání (i s použitím kalkulačky).
- buduje řešitelské strategie založené na použití simplifikace, izomorfismu, zobecnění a substituce.

2. ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

Očekávané výstupy

1. ročník

Žák

- umí číst a nastavit celé hodiny, zná strukturu týdne, má představu věku;
- umí evidovat jednoduché statické i dynamické situace pomocí ikon, slov, šipek i tabulky;
- umí doplnit tabulku a použít ji jako nástroj organizace souboru objektů. Orientuje se ve schématech.

2. ročník

Žák

- umí číst minuty, orientuje se v kalendáři – den, měsíc, rok;
- umí evidovat složitější statické i dynamické situace pomocí ikon, slov, šipek, tabulky a grafu. Umí z náhodných jevů vytvořit statistický soubor.
- používá tabulku jako nástroj organizace souboru objektů do 100.

3. ročník

Žák

- prohlubuje si znalosti o měření času, užívá ciferník i jako stupnici;
- pracuje s daty, eviduje je tabulkou i grafem, organizuje soubor dat. Nabývá vhledu do statistického souboru. Vytváří (ne)orientovaný graf, grupuje.
- pozná některé obecné jevy z kombinatoriky, pravděpodobnosti, statistiky, z pravidelností a závislostí.

4. ročník

Žák

- převádí jednotky času;
- používá písemné algoritmy i ve složitějších vazbách (algebrogramy, hadí sítě...). Seznamuje se s jazykem písmen.
- rozvíjí si algoritmické myšlení (program a podprogram). Rozumí jednoduchým kombinatorickým a pravděpodobnostním situacím.

5. ročník

Žák

- počítá v číselném oboru přes 1 000 000. Dělí trojmístným číslem se zbytkem. Umí řešit jednoduché úlohy s parametrem a zobecňovat získané poznatky. Umí řešit jednoduché úlohy se zlomky, desetinnými čísly a procenty.
- osvojuje si římské číslice a seznamuje se s jinými číselnými soustavami. Počítá v některých jiných číselných soustavách (souvislost mezi písemnými algoritmy). Řeší jednoduché rovnice. Umí řešit pomocí modelů úlohy se závorkami v oboru celých čísel.
- provádí operace se zlomky se jmenovateli 2, 3, 4, 5, 10. Rozumí číslu se dvěma desetinnými místy v některých sémantických kontextech a umí s ním operovat.

- umí zpracovat databázi propojováním písemného a paměťového počítání (i s použitím kalkulačky).
- buduje řešitelské strategie založené na použití simplifikace, izomorfismu, zobecnění a substituce.

3. GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy

1. ročník

Žák

- do geometrie vstupuje přes prostor modelováním. Umí slovně vyjádřit jednoduchou prostorovou situaci. Umí stavět a představovat krychlovou stavbu podle plánu a zapsat těleso plánem. Má intuitivní představu tvaru čtverce i trojúhelníku a orientuje se v prostředí dřívkových obrazců i origami. Umí vyparketovat daný obdélník.

2. ročník

Žák

- umí pracovat s krychlovými tělesy. Orientuje se v 2D, ve čtverečkovaném papíru a využívá jej. Získává zkušenosti se základními rovinnými útvary. Umí vytvořit síť krychle a komunikovat v metaforickém jazyce o vztahu krychle – její síť. Umí poznat jednotky délky 1 cm, 1 m, jednotky objemu 1 l. Má intuitivní představu měření obsahu mřížového čtyřúhelníku.

3. ročník

Žák

- umí pracovat s krychlovými tělesy ve třech různých jazycích. Poznává různé trojúhelníky a čtyřúhelníky (i nekonvexní), kružnici, dále kvádr, hranol, jehlan, válec, kužel a kouli. Zná pojmy vrchol, hrana, stěna, úhlopříčka, střed, obvod, povrch, obsah, objem a vlastnosti (rovinná souměrnost). Umí narýsovat rovinné útvary. Seznamuje se s relací kolmost a rovnoběžnost ve 2D i 3D (modeluje). Využívá čtverečkovaného papíru, jazyka šipek k propedeutice souřadnic v 2D.

4. ročník

Žák

- si rozšíří zkušenosti s dalšími tělesy (např. rotačními) a útvary (např. úhlem, nekonvexním mnohoúhelníkem) i v prostředí čtverečkovaného papíru. Rozvíjení představ o kolmosti, rovnoběžnosti, shodnosti, podobnosti, posunutí, otočení, středové i osově souměrnosti. Umí sestavit 2D i 3D-útvary daných vlastností (jednoduché konstrukce). Aktivně používá některé geometrické jazyky. Získává zkušenosti s měřením v geometrii, včetně některých jednotek.

5. ročník

Žák

- si rozšíří poznání o dalších tělesech (např. o síti čtyřstěnu). Umí řešit jednoduché výpočtové a konstrukční úlohy o trojúhelníku (těžnice, těžiště, výška, střední příčka) i o některých čtyřúhelnících. Má představu o vzájemné poloze přímek a rovin ve 3D. Propedeutika skládání izomerií. Pracuje se souřadnicemi v 2D (využívá čtverečkovaný papír). Pracuje s pojmy obsah, obvod, objem.

4 PRAKTICKÁ ČÁST - PŘÍPADOVÁ STUDIE HAVLÍČEK

Praktická část diplomové práce vychází z pozorování žáka se specifickými poruchami učení. Pozorování jsem prováděla na ZŠ Havlíčkova v Moravských Budějovicích. Na 1. stupni se zde matematika vyučuje podle koncepce prof. Milana Hejného (viz kapitola 3. 3.), konkrétně podle učebnic z nakladatelství FRAUS, které vytvořil tým autorů, který se skládá z prof. RNDr. Milana Hejného, CSc., RNDr. Dariny Jirotkové, Ph.D., PhDr. Jany Slezákové, Ph.D., PhDr. Evy Bomerové a PhDr. Jitky Michnové.

Žáci mají v 1.–2. ročníku k dispozici pracovní učebnice, v období 3.–5. ročníku využívají pouze pracovní sešity, ačkoliv nakladatelství FRAUS nabízí i učebnice. Osobně mi učebnice při výuce chyběly, myslím si, že pomáhají při orientaci v jednotlivých prostředích. Navíc některá cvičení v pracovních sešitech navazují na cvičení v učebnici, a proto jejich vypracování je komplikovanější nejen pro žáky, ale i pro samotného učitele.

Chlapce jsem pozorovala v průběhu 4., a částečně i 5. ročníku. Většinu vyučovacích hodin jsem strávila přímo s žákem v lavici, některé hodiny matematiky jsem přímo učila. Během pozorování jsem se soustředila především na tyto oblasti: matematické prostředí Krokování a Schody, Děda Lesoň, Indické násobení a písemné operace s přirozenými čísly.

4.1. Charakteristika chlapce a školního prostředí

Chlapec (11, 5 let)

Chlapec měl pro celkovou nezralost odklad školní docházky. V prosinci roku 2010, tj. v 1. třídě, byl poprvé na žádost třídní učitelky vyšetřen v Pedagogicko-psychologické poradně (dále jen PPP) z důvodu výukových obtíží – v matematice pro něj byla problémem řada čísel do 10, orientace v textu, neporozumění diktovanému textu. Objevovaly se u něj lehčí obtíže v soustředění, dále také v rozdělení a udržení pozornosti. V matematice bylo doporučeno před zápisem početních úkonů konkrétní

příklad spočítat na předmětech a z paměti, při čtení a psaní nevyžadovat rychlost a častěji střídat činnosti.

V prosinci následujícího roku se na kontrole v PPP zjistilo, že u chlapce nadále přetrvávají lehčí obtíže v koncentraci pozornosti a začaly se intenzivněji projevovat i obtíže ve vývoji řeči. Během psaní se vyskytovaly typické dysgrafické a dysortografické chyby. Intelukt chlapce je v rámci průměru. Chlapci bylo doporučeno vedení speciálním pedagogem a dle jeho následného doporučení i individuální přístup ve škole. Speciální pedagog na základě málo obratné jemné motoriky, obtíží v koordinaci, obtížného napodobování tvaru, výrazných obtíží ve sluchové diferenciaci a jiných obtíží stanovil diagnózu **specifické poruchy učení – dysortografie středního stupně a dysgrafické obtíže**. Během 3. třídy byly u chlapce zjištěny obtíže v oblasti zrakového vnímání a obtíže v serialitě (posloupnosti), které se mimo jiné mohou promítat také do matematických postupů. V prvním pololetí 3. třídy se chlapci zhoršil prospěch, z českého jazyka a matematiky byl hodnocen známkou 4. Na základě návrhu školní psycholožky byly projednány postupy při výuce chlapce a způsob hodnocení byl na žádost matky změněn na hodnocení slovní, které se realizovalo i v obou pololetích 4. třídy.

Ukázka slovního hodnocení (2. pololetí 4. třídy)

„Nové učivo 4. třídy, jako je písemné dělení jednociferným dělitelem, písemné násobení dvojciferným činitelem a sčítání a odčítání čísel do milionu zvládá s pomocí. Velké zlepšení vidím v řešení jednodušších slovních úloh a v zaokrouhlování na vyšší řády. Rýsuje stále s pomocí učitele, lehčí úkoly zkouší sám. K učivu přistupuje se zájmem. Celkově bych chlapce hodnotila v hodinách matematiky tak, že vše zvládá s pomocí.“

Ve 3. třídě byl poprvé vypracován chlapci individuální vzdělávací plán (dále jen IVP), ve kterém je pro vzdělávací oblast Matematika a její aplikace zahrnuto: krácení písemného projevu při školní a domácí práci, individuální vedení při začátku samostatné práce, ústní ověření znalostí, neslučovat více matematických operací, popřípadě upozornit žáka na změnu matematické operace, poskytnout žákovi k dispozici tabulky s přehledy probíraného učiva, více času na vypracování úkolů, případně hodnotit pouze to, co stihl vypracovat, a ověřit si, zda chlapec porozuměl zadanému úkolu (především u slovních úloh). Chlapci nebyl přidělen asistent pedagoga.

Ve 4. a 5. třídě zůstaly stanovené požadavky v IVP pro vzdělávací oblast Matematika a její aplikace stejné. Chlapec bude ale v období 5. třídy hodnocen opět známkou, s tolerancí na jeho specifické obtíže. IVP zahrnuje následující zvládnutí učiva na období září – prosinec:

Září

- *numerace a zápis čísel do milionu – číselná osa, zaokrouhlování a porovnávání*
- *slovní úlohy – přečíst, pochopit, zapsat výpočet a odpověď*

Říjen

- *dělení dvojčiferným dělitelem*

Listopad

- *dělení dvojčiferným dělitelem*
- *mnohouhelníky*

Prosinec

- *zlomek – čtení, zápis*

Třídní učitelka charakterizuje chlapce jako velmi snaživého, živého, aktivního při vyučování. V hodinách ale vykřikuje a často chce vše hned říct. Své úkoly plní, domácí příprava probíhá, zatím však s malým úspěchem. O školní práci má značný zájem. V kolektivu třídy je oblíbený, ke spolužákům přistupuje přátelsky.

4.2. Matematické prostředí KROKOVÁNÍ A SCHODY⁹

Otevírat dětem svět aritmetiky prostřednictvím výukového prostředí Krokování lze již od předškolního věku. Spolu s prostředím Schody jsou východiskem pro procesuální porozumění základních pojmů aritmetiky jako kladné a později i záporné číslo, číselné operace, číselná osa a některým dalším pojmům jako rovnice a absolutní hodnota. Dále tato prostředí významně přispívají k rozvoji schopnosti organizace souboru dat a orientace v nich, transferu jednoho jazyka do druhého a k rozvoji řešitelských strategií žáka.¹⁰

MATEMATICKÉ PROSTŘEDÍ KROKOVÁNÍ

Prostředí krokování je rozděleno do několika etap, se kterými se žáci postupně seznamují:

Úvodní etapa – Pohyb a nácvik povelů (1. ročník)

Prostředí využívá přirozeného rytmického pohybu chůze. Při krokování žák poznává sémantický model čísla. Číslo je reprezentováno počtem kroků, tedy je to kvantita. Přirozenou cestou se žáci učí, že model čísla je pomíjivý i procesuální, že má číslo roli operátoru změny. Navíc trénuje krátkodobou paměť.

První etapa – vícedílné povely a standardizace délky kroků (1. ročník)

V této fázi poznává žák aditivní operace. Učitel také standardizuje délku kroku, nejčastěji značkami, mezi kterými je stejná vzdálenost. Tato vzdálenost musí být tak malá, aby žáci zvládli krokovat i pozpátku.

Druhá etapa – krokování dozadu a záporné číslo (1. ročník)

Zde se již žáci setkají se sémantickým modelem záporného čísla. Jeden krok dozadu je reprezentací čísla -1.

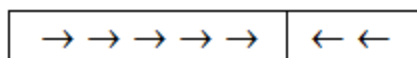
Třetí etapa – zápis (1. ročník)

V této etapě již vzniká potřeba záznamu.

⁹ © 2015 [H-mat, o.p.s.](http://www.h-mat.cz) Dostupné z: <http://www.h-mat.cz/principy/prostredi>

¹⁰ © 2015 [H-mat, o.p.s.](http://www.h-mat.cz) Dostupné z: http://www.h-mat.cz/sites/default/files/kestazeni/H-mat_Prostredi_krokovani_a_schody.pdf

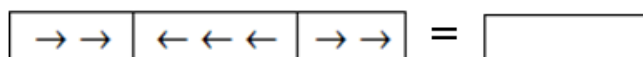
Například dvoudílný povel: „*Udělej pět kroků dopředu, pak dva kroky dozadu, začni, teď!*“ zapíšeme takto:



Čtvrtá etapa – propedeutika rovnic (2. ročník)

Čtvrtá etapa přichází ve druhém ročníku. Krokové rovnice se stávají náročnějšími a složitějšími.

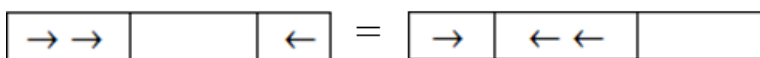
Např. *Vyřeš a krokuj.*



Pátá etapa – šipkové rovnice o dvou neznámých (2. ročník)

V této etapě řeší žák soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých. Při řešení těchto úloh se jedná o propedeutiku absolutní hodnoty.

Např. *Vyřeš šipkové rovnice, použij právě dvě šipky. Najdi všechna řešení.*



Standardním zápisem tuto šipkovou rovnici zapíšeme takto:

$$2 + x - 1 = 1 - 2 + y \quad \text{a} \quad |x| + |y| = 2$$

Řešení rovnic jsou pak následující

	=		$2 - 1 - 1 = 1 - 2 + 1$
	=		$2 - 2 - 1 = 1 - 2$
	=		$2 - 1 = 1 - 2 + 2$

Šestá etapa – číselný zápis (3. ročník)

Číselný zápis používají průběžně žáci již v předchozích etapách – v předchozích dvou ročnících. Ve třetím ročníku dojdou do etapy, kdy zápis musí sami umět a musí si umět výsledek krokováním ověřit.

Např. *Úlohu vyjádřenou šipkami přepiš do sešitu a vyřeš ji. Výpočet ověř krokováním. Převeď šipkový zápis na číselný.*



Řešení

Číselný zápis rovnice: $2 - 3$ $= 2$

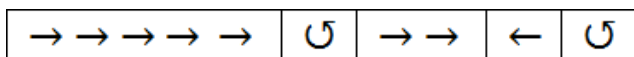
Řešení rovnice: $2 - 3$ + 3 $= 2$

Úlohy jsou zadávány i opačným způsobem, tedy nejprve máme úlohu vyjádřenou čísly a úkolem je přepsat ji na šipkový zápis.

Sedmá etapa – čelem vzad (3. ročník)

V této etapě se setkáváme s novým povelem „čelem vzad“, který názorně vysvětluje mínus před závorkou.

Např. Číselný zápis $5 - (2 - 1)$ přepíšeme do šipkového zápisu takto:



Slovní povel pro tento zápis zní: „Udělej pět kroků dopředu, čelem vzad, dva kroky dopředu, jeden krok dozadu, čelem vzad.“

Touto etapou končí prostředí Krokování na úrovni 1. stupně. Prostředí krokování lze však využít i k budování propedeutiky pravděpodobnostního myšlení.

MATEMATICKÉ PROSTŘEDÍ SCHODY

Jak název prostředí napovídá, i zde, tak jako v prostředí Krokování, se využívá přirozeného pohybu chůze, ale po schodech, které jsou očíslovány. Žák je připravován na pojem číselná osa. Ve třídě bývají schody nahrazeny značkami na zemi, tzv. krokovacím pásem. V tomto prostředí se žák setkává s úlohami o vícepodlažních domech, o teploměru, o výtahu apod.



Obr. 1 Krokovací pás

K prvnímu setkání žáka s tímto prostředím dochází poté, co byl zaveden jazyk šipek. Ke značkám, které na podlaze určují délku kroku, jsou připsána čísla 0, 1, 2, atd., které jsou prezentovány jako čísla schodů na pomyslném schodišti.

Ilustrace úloh z tohoto prostředí:

1. Místo otazníku dopiš do daného boxu číslo:

a)

5	→ →	?
---	-----	---

Řešení

Úlohu přepíšeme jako příklad: $5 + 2 = ?$. Místo ? tedy doplníme 7.

b)

2	→ → → →	← ←	?
---	---------	-----	---

Řešení

Úlohu přepíšeme jako příklad: $2 + 4 - 2 = ?$. Místo ? tedy doplníme 4.

2. Místo otazníku dopiš do daného boxu šipky:

a)

3	?	6
---	---	---

Řešení

Úlohu přepíšeme do rovnice: $3 + ? = 6$. Místo ? tedy doplníme tři šipky doprava.

b)

8	← ← ← ← ←	?	5
---	-----------	---	---

Řešení

Úlohu přepíšeme do rovnice: $8 - 5 + ? = 5$. Místo ? tedy doplníme dvě šipky doprava.

3. Hurvínek se Spejblem hrají hru na chození po schodech. Hurvínek jedním krokem vystoupí nebo sestoupí o jeden schod, Spejbl jedním krokem vystoupí nebo sestoupí o dva schody.

Poznámka

Pro Spejblův dvojkrok zvolíme symbol dvojité šipky ($\Rightarrow$).

Úloha: Hurvínek i Spejbl stojí na schodu 3. Hurvínek udělá krok nahoru a Spejbl dvojkrok dolů. Dopln do obou modrých polí dohromady tři šipky tak, aby oba stáli opět na stejném schodu.

Hurvínek

3	→		
---	---	--	--

Spejbl

3	←←		
---	----	--	--

Řešení

Hurvínek

3	→	→	5
---	---	---	---

 $3 + 1 + 1 = 5$

Spejbl

3	←←	$\Rightarrow \Rightarrow$	5
---	----	---------------------------	---

 $3 - 2 + 2 + 2 = 5$

Následují ukázky konkrétních řešení úloh žáka. Pod každou z úloh si kladu didaktickou otázku k zamyšlení. Každá z těchto otázek by mohla vést k dalšímu šetření a zasloužila by prostor k hledání a následnému nalezení odpovědi. Otázek vzniklo vždy několik, zapsala jsem tu, kterou jsem považovala při svém pozorování za dominantní. Pozorováním žáka přímo při řešení jsem sledovala, jak jednotlivé učivo zvládá, a zároveň jsem přemýšlela nad různými jinými metodami, které by pro něj mohly být snadnější.

Ukázka konkrétních řešení žáka z prostředí Krokování v průběhu 4. a 5. ročníku

Použij tři šipky, doplň šipkový i číselný zápis. Hledej více řešení.

$\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow$	$=$	$\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	$2 \underline{0} + 1 = 2 - 2 \underline{2}$
$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$	$=$	$\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	$2 \underline{2} + 1 = 2 - 2 \underline{0}$
$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$	$=$	$\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	$2 \underline{3} + 1 = 2 - 2 \underline{9}$
$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$	$=$	$\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	$2 \underline{\quad} + 1 = 2 - 2 \underline{\quad}$

Rozbor chyb

Z tohoto řešení je zřejmé, že žák nerozumí zadání příkladu, protože v zadání se píše „použij tři šipky“. Žák však používá v každém řešení více šipek, přičemž pro žádnou šipkovou rovnici rovnost neplatí. Z číselného zápisu je vidět, že žák nezapisuje mezi číslice matematická znaménka $+$, $-$.

Otázka: Je žák schopen transformovat šipkový zápis do číselného zápisu?

Doplň a přepiš pomocí čísel.

a)	2	$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	1	$2+3-4=1$
b)	3	$\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow$	1	$3-4+2=1$
c)	2	$\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	-1	$2-3+4-4=-1$
d)	2	$\leftarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow$	-1	$2-5-7+2=-1$
e)	3	$\leftarrow \leftarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow$	1	$3-7(+2-7)=1$

Rozbor chyb

Zadání a), b) jsou vyřešena správně.

Pro zadání c) je správně uveden číselný zápis, ale žák nedoplnil šipky do šipkového zápisu.

V zadání d) je nesprávně přepsaný šipkový zápis do číselného zápisu. Žák zapomněl na poslední dvě šipky. (správné řešení: $2 - (-1 + 2) - 2 = -1$)

Zadání e) je vyřešeno chybně. (správné řešení: $3 - 3 + (2 - 1) = 1$)

Otázka: Je žák schopen transformovat šipkový zápis do číselného zápisu v příkladech, které obsahují šipky doprava, doleva i šipky pro zápis „čelem vzad“?

Krokuj, doplň a zapiš pomocí čísel.

a) $\rightarrow \rightarrow \curvearrowright \rightarrow \rightarrow \leftarrow \curvearrowright = -1$

b) $\rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow \rightarrow = -1$

c) $\rightarrow \rightarrow \curvearrowright \leftarrow \rightarrow \rightarrow \curvearrowright = -1$

d) $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow \leftarrow = -1$

Rozbor chyb

Žák neprovedl u žádného zadání číselný zápis. Všechny výsledky jsou chybné.

Správné řešení

a) $2 - (2 - 1) = 1$

b) $2 - 2 + 1 = 1$

c) $2 - (-1 + 2) = 1$

d) $2 + 1 - 2 = 1$

Otázka: Přčetl si žák zadání? Jak chápe záporné číslo -1? Je pro něj problematická orientace šipek?

Použij buď dvě, nebo tři šipky tak, aby Hurvínek i Spejbl nakonec stáli na stejném schodu. Hledej různá řešení.

a) Hurvínek $3 \leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow 5$ Spejbl $3 \Rightarrow \rightarrow 5$

b) Hurvínek $3 \leftarrow \rightarrow \leftarrow 3$ Spejbl $3 \Rightarrow \leftarrow \leftarrow 3$

c) Hurvínek $3 \leftarrow \rightarrow \rightarrow \leftarrow$ Spejbl $3 \Rightarrow$

a) Hurvínek $1 \leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow 3$ Spejbl $1 \Rightarrow - 3$

b) Hurvínek $1 \leftarrow \rightarrow \rightarrow 2$ Spejbl $1 \Rightarrow \leftarrow 2$

c) Hurvínek $1 \leftarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1$ Spejbl $1 \Rightarrow \leftarrow \leftarrow 1$

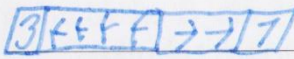
Rozbor chyb

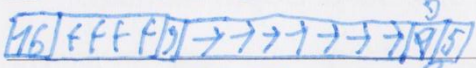
Z těchto dvou typově stejných úloh vidíme, že některá žákova řešení opět neodpovídají zadání, neboť žák používá více šipek.

Dále víme, že Spejbl krokuje pomocí dvojkroků, které zapisujeme dvojitou šipkou. Tuto šipku žák použil až v posledním příkladu. Je tedy zřejmé, že žákovi není zcela jasné toto schéma.

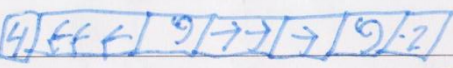
Otázka: Do jaké míry je žák schopen pochopit dvojitou šipku, která znázorňuje Spejblův dvojkrok?

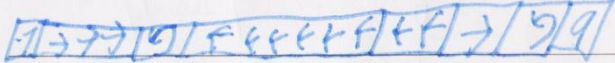
Přepiš pomocí šipek a vyřeš.

a) $3 - 4 + 2 = 1$ 

b) $16 - 4 - (3 + 4) = 5$ 

c) $-3 + 4 - 2 + 3 = 2$ 

d) $4 - 3 - (2 + 1) = -2$ 

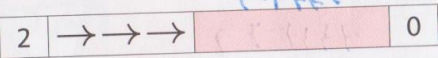
e) $-1 + 3 - (6 - 2 + 1) = 9$ 

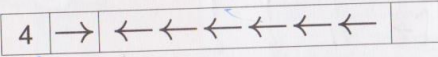
Rozbor chyb

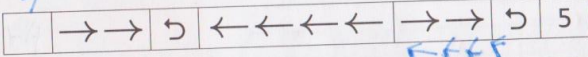
Z těchto řešení vidíme, že žák nerozumí schématu krokování. Jeho řešení jsou nesprávná, v některých případech neúplná. Je pro něj obtížné orientovat se v šipkových zápisech, které zahrnují více šipek. Problémy mu činí přepis šipek do číselného zápisu.

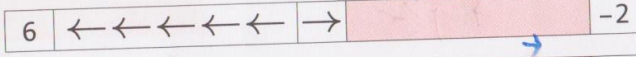
Otázka: V čem je pro žáka problém při přepisu šipek do číselného zápisu?

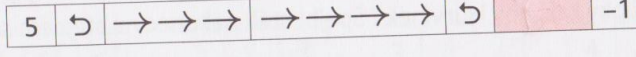
Vyřeš, doplň a přepiš pomocí čísel.

a)  $2 + 3 + 5 = 0$

b)  $4 + 1 - 6 = -1$

c)  $1 + 2 - (4 + 2) = 5$

d)  $5 - 6 - 5 + 1 - 4 = -2$

e)  $5 - 6 + 3 + 4 + 1 = -1$

Rozbor chyb

Přepis číselného zápisu do šipkového zápisu jde žákovi lépe. Žák se dokáže lépe orientovat v textu, přepis čísel do šipek je pro něj snadnější.

Chybný přepis shledávám pouze v zadání e), ve kterém se vyskytuje 5 matematických operací. Tento příklad už byl pro žáka příliš dlouhý, a tedy i náročný. Nesprávně přepsal šipky pro vyjádření čísla 6. Správný výsledek příkladu je číslo -3, nikoliv 9, jak uvádí žák.

Otázka: Je transformace číselného zápisu do šipkového pro žáka skutečně jednodušší?

Závěr pozorování prostředí Krokování a Schody

Pomocí prostředí Krokování se již v 1. ročníku žáci přirozenou cestou učí matematické operace sčítání a odčítání. Učení touto metodou je spojeno s opravdovým pohybem. Žáci zpočátku krokují na krokovacím pásu, později bývá tento pás nahrazen papírovým metrem přilepeným na lavici. Po metru se žáci pohybují hrací figurkou, případně prsty. V průběhu 2. ročníku obvykle potřeba těchto pomůcek k výpočtu příkladů u většiny žáků zaniká.

Pozorovaný žák ale nedokáže bez těchto pomůcek správně řešit úlohy z tohoto prostředí, stále zůstává na úrovni samotného krokování. Domnívám se tedy, že prostředí Krokování a Schody pro něj není vhodné. Žák zcela nerozumí algoritmu těchto prostředí, neorientuje se v daných schématech, je pro něj obtížné převést šipkový zápis do číselného a naopak. Určitou nevýhodou je pro žáka také velké množství symbolů, které se v příkladech vyskytují (šipky doleva, šipky doprava, šipky pro pohyb čelem vzad, dvojité šipky doleva a dvojité šipky doprava). Vyskytuje-li se v příkladě větší množství těchto symbolů současně, stává se, že žák ke konci příkladu na některé šipky zapomíná, protože je pro něj příklad příliš dlouhý.

Pro pochopení a zvládnutí schémat těchto prostředí je pro žáka důležitá pravidelná domácí příprava za spolupráce rodiče, která však u něj neprobíhá. Nejdůležitější je, aby žák v první řadě na jednoduchých příkladech dané schéma pochopil a ve fázi, kdy bude rozumět jednoduchým příkladům, ve kterých se vyskytují pouze šipky doprava a doleva, přejít k příkladům složitějším, které zahrnují oba směry a šipky pro pohyb čelem vzad. V prostředí Schody se jeho dezorientace v úlohách stupňuje. S opakovanými neúspěchy a neschopností vyřešit příklady samostatně se v žákovi stupňuje nechuť pracovat v tomto prostředí. Žák si nevěří, opisuje, případně čeká, až se s ním o řešení podělí spolužáci. Malé dílčí úspěchy mohou žáka více motivovat k samostatnému řešení a postupně odstranit jeho základní neznalosti.

Položila jsem si otázku, zda je možné tímto způsobem naučit žáka sčítat a odčítat čísla do dvaceti a příklady s přechodem přes základ 10. Po mých zkušenostech se žákem se domnívám, že ho toto prostředí spíše demotivuje, protože šipkové zápisy jsou pro něj náročné, zejména orientace šipek je pro něj problematická, stále nemá zautomatizováno, že šipky doprava přepisujeme s kladným znaménkem a šipky doleva se záporným znaménkem. Správně dokáže řešit některé úlohy za použití číselné osy a pohyby prstů podle počtu a orientace šipek. Trvá mu však příliš dlouho, než se dokáže

v úlohách orientovat, obvykle pak začíná být unavený a nesoustředěný. Obsahuje-li zadání příkladu všechny druhy šipek a je-li poměrně dlouhé, žák ztrácí motivaci tyto příklady řešit hned v začátcích, protože sám předpokládá, že více matematických operací nezvládne vyřešit do konce. Práci v tomto prostředí tedy vnímám jako příliš náročnou na přemýšlení, obzvláště pro žáky se specifickými poruchami učení. Podle mého názoru, který vychází z pozorování a práce s daným žákem, prostředí Krokování není svými požadavky adekvátní jeho individuálním schopnostem. Naučit žáka sčítat a odčítat do dvaceti tímto způsobem nevylučuji, je však nezbytné přistupovat individuálně k jeho schopnostem a dovednostem.

4.3. Matematické prostředí DĚDA LESOŇ¹¹

Toto prostředí se objevuje na začátku 2. ročníku ZŠ a umožňuje dětem pracovat s veličinou zapsanou ikonicky (tj. nikoliv číslem). Uvedeno je příběhem o dědovi Lesoňovi, ochránci zvířátek. Na začátku jsou u Lesoňe pouze tři druhy zvířátek (myš, kočka a husa), ale postupně k němu přicházejí další. Pro zápis má každé zvířátko svoji ikonu, svoji sílu, kterou můžeme chápat jako číselnou hodnotu, a také své písmeno (jednotlivá písmena přiřazená k daným zvířátku užívám dále při vysvětlování řešení konkrétních úkolů v této kapitole).

Skrze toto prostředí se žáci učí řešit rovnice a seznamují se s ekvivalentními úpravami jako je přičtení či odečtení stejného čísla na obou stranách rovnice. Žáci se v tomto prostředí učí i substituci, kdy nahrazují místo jednoho zvířete dvě jiná a podobně¹².

ZVÍŘE	IKONA	SÍLA	PÍSMENO
MYŠ		1	M
KOČKA		2	K
HUSA		3	H
PES		4	P
KOZA		5	G
BERAN		6	B
KRÁVA		10	C
KŮŇ		20	O

Obr. 2 Tabulka zvířátek

¹¹ © 2014 Bomerová. Dostupné z:

http://www.bomerova.cz/sites/default/files/Deda_Leson_typologie_uloh.pdf

¹² © 2014 Bomerová.

Nejprve se děti seznamují s myší a kočkou. První vztah, který tedy poznávají, je, že *myš má nižší hodnotu než kočka*, a také, že *dvě myši jsou stejně silné jako jedna kočka*. Pokud děti vyzveme, ať utvoří dvě družstva, z toho v jednom budou dvě myši a v druhém jedna kočka, děti poznají, že žádné družstvo nevyhraje, protože jsou obě stejně silná. Ale pokud ke kočce přidáme ještě jednu kočku, toto družstvo vyhraje, protože je silnější.

Postupně se děti seznamují s dalšími vztahy:

Husa je stejně silná jako kočka a myš.

Pes je silný jako husa a myš.

Koza je silná jako pes a myš.

Beran je silný jako koza a myš.

V dalším kroku se mění pravidlo a děti poznávají,

že kráva je silná jako dvě kozy a kůň je silný jako dvě krávy.

	=		
	=		
	=		
	=		
	=		
	=		
	=		

Obr. 3 Vztahy mezi zvířátky

Prostředí Dědy Lesoně pomáhá rozvíjet zejména tyto tři kompetence:

Kompetence komunikativní – práce s číslem, které je reprezentováno jinak než číslicemi nebo počtem čárek – tj. ikonou nebo písmenem daného zvířete.

Kompetence k řešení problémů – metoda pokus omyl, metoda substituce, rozvíjí se dovednost argumentace, možnost více řešení.

Kompetence k učení – tvořivý přístup k problému, rozvíjí se představivost, žáci získávají první zkušenosti s řešením lineárních rovnic a soustav rovnic o dvou neznámých.

Ilustrace úloh z tohoto prostředí:



Obr. 4 2. třída, 1. díl, str. 26

Žáci řeší úlohu pomocí kartiček se zvířátky a diskutují spolu o možnostech řešení. V začátcích je jejich úkolem najít jedno řešení tak, aby se síla družstev rovnala, později musí nalézt více či všechna řešení.

Řešení:

žlutá družstva: $KK=P$ ($2 + 2 = 4$)

modrá družstva: $MMK = P$ ($1 + 1 + 2 = 4$)

červená družstva: $HK = MP$ ($3 + 2 = 1 + 4$)

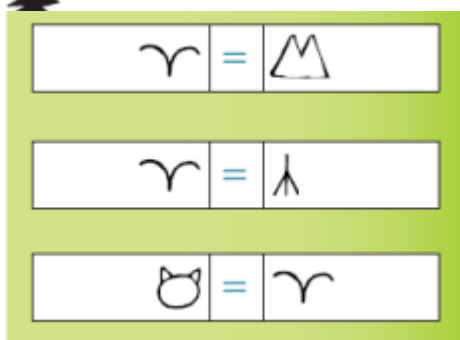
zelená družstva: $MMK = HM$ ($1 + 1 + 2 = 3 + 1$)

2 Které družstvo vyhraje?



Obr. 5 2. třída, 1. díl, str. 26

2 Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?



Obr. 6 2. třída, 1. díl, str. 39

Které zvířátko musí z jednoho družstva odejít, aby byla družstva stejně silná?



Obr. 7 2. třída, 1. díl

Žáci porovnávají a určují, které družstvo je silnější, případně mají-li obě družstva stejnou sílu.

Řešení:

$$G > P \quad \quad \quad MMM < G$$

$$G > H \quad \quad \quad HHH > G$$

$$G < KKK \quad \quad \quad P < G$$

$$G > KK \quad \quad \quad PP > G$$

Žáci musí nejprve zjistit, které družstvo je slabší (mohou být i stejně silná), a potom k němu doplnit jedno zvířátko tak, aby se síla družstev rovnala.

Řešení:

$$G = PM \quad \rightarrow \text{doplní ikonu myši} \\ (5 = 4 + 1) \quad \text{na pravou stranu rovnice}$$

$$G = HK \quad \rightarrow \text{doplní ikonu kočky} \\ (5 = 3 + 2) \quad \text{na pravou stranu rovnice}$$

$$HK = G \quad \rightarrow \text{doplní ikonu husy} \\ (3 + 2 = 5) \quad \text{na levou stranu rovnice}$$

Žáci musí nejprve zjistit, které družstvo je slabší (mohou být i stejně silná), a potom k němu doplnit jedno zvířátko tak, aby se síla družstev rovnala.

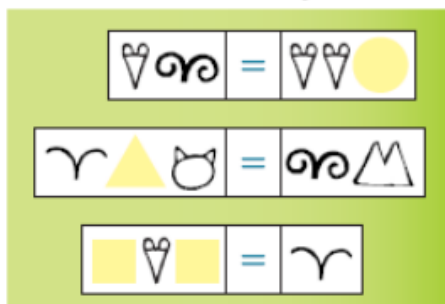
Řešení:

$$G = PM \quad \rightarrow \text{doplní ikonu myši} \\ (5 = 4 + 1) \quad \text{na pravou stranu rovnice}$$

$$G = HK \quad \rightarrow \text{doplní ikonu kočky} \\ (5 = 3 + 2) \quad \text{na pravou stranu rovnice}$$

$$HK = G \quad \rightarrow \text{doplní ikonu husy} \\ (3 + 2 = 5) \quad \text{na levou stranu rovnice}$$

Které zvířátko se ukrývá za maskou?



Obr. 8 2. třída, 3. díl, str. 46

Jsou dána dvě stejně silná družstva, ve kterých je jedno i více zvířátek schováno za maskou. Nejprve se jedná pouze o jeden typ masky, později přibudou další. Úkolem žáků je zjistit, které zvířátko se za maskou ukrývá tak, aby platila rovnost družstev.

Řešení:

$$MB = MMG \rightarrow \text{za maskou se skrývá koza} \\ (1 + 6 = 1 + 1 + 5)$$

$$GHK = BP \rightarrow \text{za maskou se skrývá husa} \\ (5 + 3 + 2 = 6 + 4)$$

$$KMK = G \rightarrow \text{za maskou se skrývá kočka} \\ (2 + 1 + 2 = 5)$$

3 U dědy Lesoně se zase soutěžilo v přetahované. Družstvo myší nastoupilo proti husám. Obě družstva byla stejně silná. Kolik bylo myší a kolik hus? Najdi více řešení.

Obr. 9 3. třída, str. 36

Zvířátka dědy Lesoně jsou také využita pro řešení slovních úloh, které jsou pro žáky těžší na představivost.

Řešení: Víme, že tři myši jsou stejně silné jako jedna husa.

$$3M = H$$

Všetchna další řešení zjistíme tak, že počet myší je trojnásobkem počtu hus.

$$6M = 2H$$

19 Rovnice přepiš do čísel a vyřeš je.

a) =

b) =

c) =

d) =

Obr. 10 4. třída, str. 26

Žáci řeší rovnice s jednou proměnnou.

Řešení:

$$a) x + 4 = 10 \rightarrow x = 6 \text{ neboli } x = B$$

$$b) 2x + 3 = 10 + 1 \rightarrow x = 4 \\ \text{neboli } x = P$$

$$c) 3x = 10 + 2 \rightarrow x = 4 \text{ neboli } x = P$$

$$d) 3x + 1 = 10 \rightarrow x = 3 \text{ neboli } x = H$$

7 Dvojici rovnic přepiš pomocí zvířátek a vyřeš.

a) $x + y = 3, x = y + 1$

b) $x + y = 6, x = 2y$

d) $2x = y + 1, y = x + 2$

e) $x + y = 5, 2x + y = 7$

Obr. 11 4. třída, str. 35

Žáci řeší soustavu dvou rovnic.

Řešení:

a) $x + y = H \quad \rightarrow x = K; y = M$
 $x = y + M$

b) $x + y = B \quad \rightarrow y = K; x = P$
 $x = y + y$

d) $x + x = y + M \quad \rightarrow x = H; y = G$
 $y = x + K$

e) $x + y = G \quad \rightarrow x = K; y = H$
 $x + x + y = GK$

Poznámka

Výše uvedené obrázky (obr. 4-11) jsou převzaté z učebnic matematiky z nakladatelství FRAUS, které vytvořil tým autorů prof. RNDr. Milana Hejného, CSc.

Výše uvedená ilustrace úloh ukazuje, že pro snadnou orientaci v tomto prostředí, musí žáci pochopit velké množství symbolů – zvíře, písmeno, ikonu, číselnou hodnotu, příp. masky. V následujících ukázkách opět formuluji otázky k zamyšlení.

Ukázka konkrétních řešení žáka z prostředí Dědy Lesoně v průběhu 4. a 5. ročníku

Vyřeš rovnice podle Marty, Milana a Nadi z učebnice na str. 20–21.

a) Marta

$\text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$

$2 + 2 = 3 + 1$
 $2 + 2 + 1 = 3 + 2 + 1$
 $5 + 6 = 11$

b) Milan

$\text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$

$2 + 2 = 3 + 1$
 $2 + 2 + 1 = 3 + 2 + 1$
 $5 + 6 = 11$

c) Nad'a

$\text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$
 $\text{Maska} + \text{Maska} = \text{Myš}$

$2 + 2 = 3 + X$
 $2 + 2 + 1 = 3 + X$
 $5 + 6 = 11 = 3 + X$
 $4 = 3 + X$
 $5 = 3 + X$
 $11 = 3 + X$
 $X = 1$
 $X = 2$
 $X = 8$

Rozbor chyb

Zadání a) Úkolem je vyřešit rovnice pouze pomocí ikon zvířátek. V těchto případech žák zvolil nejjednodušší způsob, jak rovnice vyřešit, a to tak, že si sílu každého zvířete převedl na sílu myši. Zkušenější žáci nepotřebují převádět na myši, ale hned v prvním momentě si dokážou představit, které zvíře do rovnice doplnit.

Otázka: Dokázal by žák tyto rovnice vyřešit, aniž by je musel převádět na symboly myši?

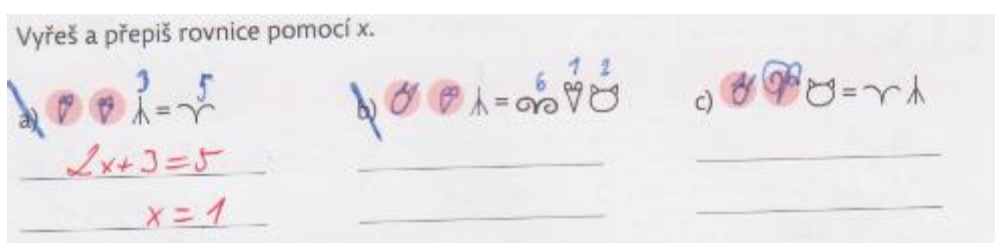
Zadání b) V těchto příkladech je úkolem převést rovnice s ikonami na číselné hodnoty, tj. na síly zvířátek. Jak lze vidět, rovnice s jednou neznámou (maskou) dokázal žák správně vyřešit, ale v posledním případě dokázal zapsat pouze levou stranu rovnice, protože tři masky pro něho byly příliš obtížné.

Otázka: Proč byly pro žáka problémem tři stejné masky v posledním příkladě?

Rozbor chyb

Zadání c) Tyto příklady jsou zaměřeny na přepis ikon na číselné hodnoty a zápisu proměnné x na místa masek. Opět lze vidět, že první dva příklady žák dokázal správně vypočítat, ale ve třetím případě si hned zapsal výsledek levé strany a stranu pravou špatně přepsal, neboť zde patří $3x + 2$, nikoliv $3 + x$. Výsledek má správný pouze z toho důvodu, že jej opsal od spolužáka.

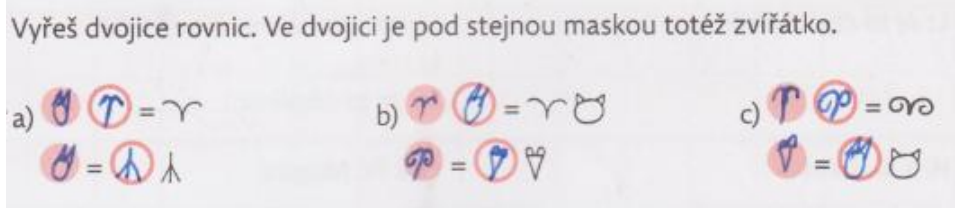
Otázka: Jakým způsobem žák dosáhl správného výsledku třetího příkladu, když špatně přepsal pravou stranu rovnice?



Rozbor chyb

- a) Žák dokázal rovnici vyřešit pouze pomocí ikon, přepis rovnice s proměnnou x mu doplnila paní učitelka, která ho chtěla navést k řešení dalších dvou rovnic, zadání b) a c).
- b) c) V těchto případech už se vyskytuje více ikon, a přestože si žák nadepsal síly daných zvířátek nad jejich ikony, obě rovnice vyřešil špatně. Zde vidíme, že žák nepochopil zadání, neboť stále nemá osvojené pravidlo, že za stejnou maskou se ukrývá stejné zvířátko. V zadání b) doplnil za masky K a M, v zadání c) dopsal K a B. Nedokáže sám přepsat zadání do rovnice s proměnnou x .

Otázka: Jak žák rozumí těmto rovnicím? V čem je problém, že nedokáže přepsat rovnice se symboly jako rovnice s proměnnou x ?



Rozbor chyb

Už od prvního pohledu je zřejmé, že žák nevyřešil ani jednu dvojici rovnic správně, neboť ze zadání víme, že pod stejnou maskou se skrývá totéž zvířátko, to znamená, že růžové kruhy si můžeme přepsat jako proměnné x a růžové kružnice přepíšeme jako proměnné y .

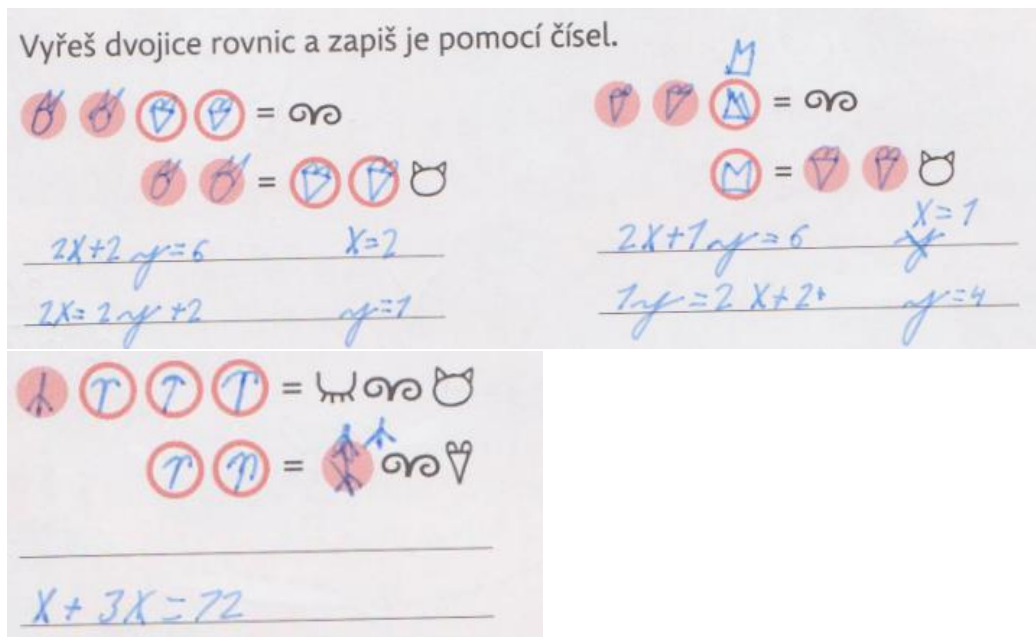
Správné řešení, je tedy následující:

a) $x + y = 5$
 $x = y + 3$
 $x = 4 \quad \rightarrow \quad \text{kruh} = P$
 $y = 1 \quad \rightarrow \quad \text{kružnice} = M$

b) $x + y = 5 + 2$
 $x = y + 1$
 $x = 4 \quad \rightarrow \quad \text{kruh} = P$
 $y = 3 \quad \rightarrow \quad \text{kružnice} = H$

c) $x + y = 6$
 $x = y + 2$
 $x = 4 \quad \rightarrow \quad \text{kruh} = P$
 $y = 2 \quad \rightarrow \quad \text{kružnice} = K$

Otázka: Porozuměl žák zadání? Jak žák chápe dané symboly zvířátek?



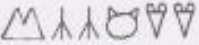
Rozbor chyb

Při řešení prvních dvou příkladů jsem žákovi asistovala. Nejprve jsem se ho zeptala, jak by rovnice přepsal, a protože sám na správné řešení nemohl přijít, sdělila jsem mu první krok, tj. masky kruhu budeme chápat jako proměnné x a masky kružnice budeme chápat jako proměnné y . Poté už dokázal dvojici rovnic přepsat a společně jsme ji úspěšně vyřešili. Třetí rovnici jsem ho nechala řešit samostatně.

Zde správně dopsal ikony do zadání, ale protože je opsal z tabule. Žákův přepis pomocí proměnné x a y je nesprávný. Přepis druhé rovnice zcela chybí a první rovnice je přepsána špatně. Žák nedokázal ani správně vyjádřit hodnotu pravé strany rovnice, která je rovna číslu 18, neboť $CBM = 10 + 6 + 2$.

Otázka: V čem byla poslední dvojice rovnic pro žáka problematická?

Děti hrály hru SOVA. V galerii měly družstva zvířátek dědy Lesoně:

a) 

c) 

b) 

d) 

Michal se ptá Jirky.

M: Je ve družstvu kočka?

J: *Ano.*

M: Můžu družstvo rozdělit na dvě stejně silná družstva?

J: *Ne.*

M: Je to družstvo d).

Pavčina se ptá Lenky.

P: Je ve družstvu beran?

L: *Ne.*

P: Můžu družstvo rozdělit na tři stejně silná družstva?

L: *Ano.*

P: Je to družstvo b).

Roman se ptá Aleny.

R: Můžu družstvo rozdělit na dvě stejně silná družstva?

A: *Ano.*

R: Můžu družstvo rozdělit i na tři stejně silná družstva?

A: *Ano.*

R: Je ve družstvu beran?

A: *Ano.*

R: Je to družstvo c).

Milan se ptá Ondry.

M: Můžu družstvo rozdělit na dvě i tři stejně silná družstva?

O: *Ne.*

M: Můžu ho rozdělit na dvě stejně silná družstva?

O: *Ano.*

M: Je to družstvo a).

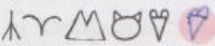
Rozbor chyb

Tento příklad se řešil ve skupinách o 4 žácích. Paní učitelka s žáky konzultovala jejich navrhované postupy řešení. Sledovaný žák se do diskuze vůbec nezapojil, zapisoval pouze výsledky, které mu poradili jeho spolužáci. Na žákovi jsem vyzorovala, že nemá ani snahu pokusit se příklad začít řešit, protože si uvědomoval, že to za něj vyřeší druzí.

Otázka: Byla tato úloha pro žáka něčím přínosná?

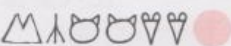
Vyřeš úlohu.

a) Dopln jedno zvířátko tak, abys mohl(a) skupinu rozdělit na dvě stejně silná družstva. Hledej více řešení.



Doplním	1. družstvo	2. družstvo
	 	   
	 	   
	 	   

b) Dopln jedno zvířátko tak, abys mohl(a) skupinu rozdělit na tři stejně silná družstva. Hledej více řešení.



Doplním	1. družstvo	2. družstvo	3. družstvo
	  	 	 
	  		

společná kontrola

Rozbor chyb

Jak lze vidět, tato úloha byla společně kontrolovaná, a přesto ji žák nemá správně vyřešenou. Žákovi bych doporučila psát si ke každé ikoně i její číselnou hodnotu, tj. sílu daného zvířátka, dokázal by se totiž v textu lépe orientovat.

Zadání a) Žák správně pochopil, že do družstva musí doplnit zvířátko tak, aby jejich síla šla vydělit dvěma. Ve třetím případě, kdy do družstva doplnil zvířátko G a síla celého družstva je tedy rovna číslu 20, tzn. 1. družstvo má sílu 10 a druhé družstvo má sílu také 10. V žakově řešení se však v 2. družstvu vyskytují dvě ikony K, i když obě družstva zahrnují pouze jednu ikonu K.

Správné řešení:

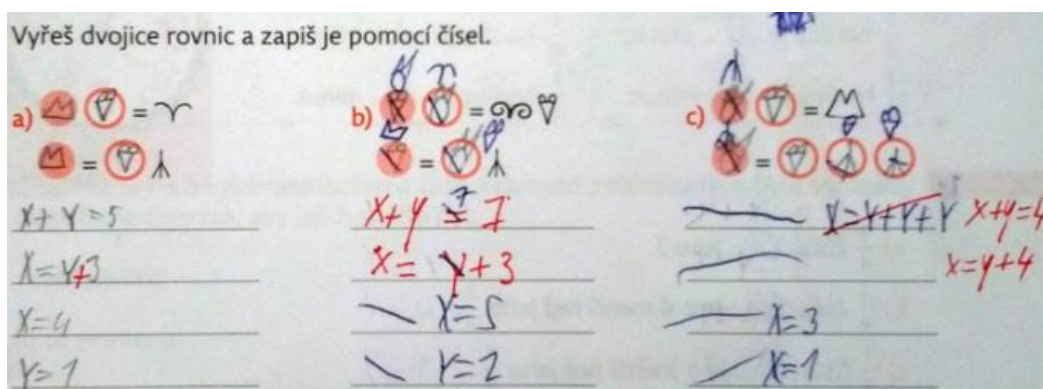
Doplníme-li k celému družstvu G, pak 1. družstvo bude GG a 2. družstvo bude HPKM; nebo do 1. družstva dáme GHK a do 2. družstva GPM.

Otázka: Je pro žáka obtížné představovat si pod symboly zvířátek jejich síly, tj. číselné hodnoty?

Rozbor chyb

Zadání b) Síla družstva bez doplněného zvířátka je rovna číslu 13, žák tedy správně uvažoval a doplnil k družstvu G (kozu), síla celého družstva je tedy 18, a chceme-li družstvo rozdělit na tři stejně silná družstva, v každém družstvu musí být taková zvířátka, aby jejich společná síla byla 6. Podíváme-li se na žákovo rozdělení, vidíme, že 1. družstvo má sílu KKM = 5, 2. družstvo má sílu HK = 5 a 3. družstvo má sílu PM = 5. Všechna tři družstva jsou stejně silná, ale jejich společná síla není 18, nýbrž 15. Toto rozdělení by tedy bylo správné v případě, že bychom do původního družstva doplnili ikonu K, jejíž síla je 2. Ve druhém řešení se pouze vyskytují v 1. družstvu KKK a ve 2. družstvu B, což není možné, protože žák doplnil zvířátka dvě – K (kočku) a B (berana).

Otázka: Do jaké míry žák této úloze rozumí?

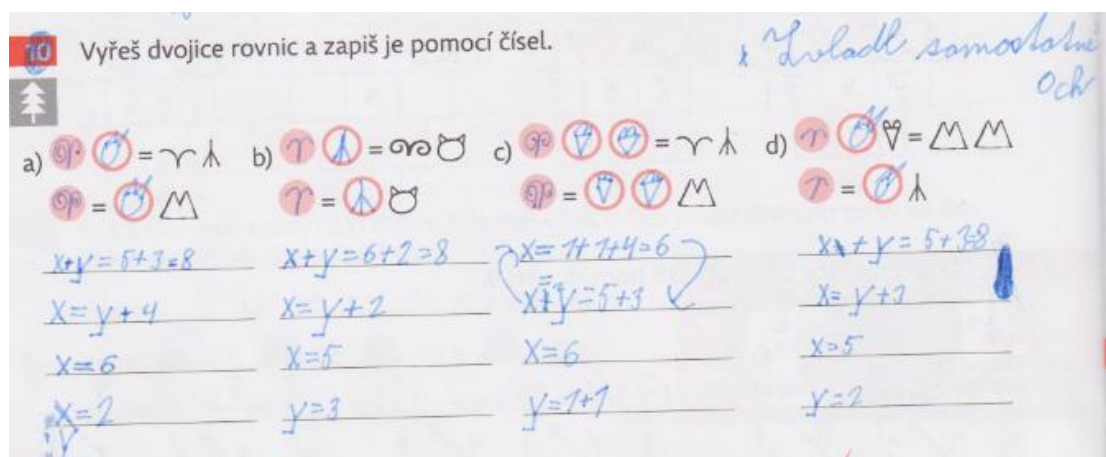


Rozbor chyb

Jak lze vidět, tyto příklady jsou opraveny od paní učitelky.

Zadání a) je vyřešeno správně, neboť tato dvojice rovnic se řešila u tabule, žák tedy pouze opisoval. Zbývající zadání byla samostatným úkolem. Žák nedokáže sám rovnici přepsat pomocí proměnné x a y .

Otázka: Co je pro žáka problémem při přepisu rovnic s maskami do rovnic s proměnnými x a y ?



Rozbor chyb

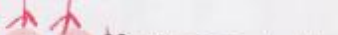
K těmto příkladům si žák sám napsal hodnocení: „Zvládl samostatně, 0 chyb.“ Chybné řešení však shledávám v zadání c) a d) a drobný nedostatek i v zadání a) a zadání b).

Zadání a) b) Žák dokázal správně přepsat dvojici rovnic pomocí proměnných x a y . Neměla by se mu ale vyskytovat rovnice ve tvaru $x + y = 5 + 3 = 8$, příp. $x + y = 6 + 2 = 8$. Tento součet si může zapsat mimo rovnici nebo musí celý řádek rovnice opsat, tedy $x + y = 8$.

Zadání c) Dvojice rovnic je nejprve zapsaná obráceně, z druhého řádku není zcela zřejmý správný přepis $x + 2y = 5 + 3$. Ve výsledku se vyskytuje chybné řešení $y = 1 + 1$, přičemž $y = 1$. Ikony jsou do masek dopsány správně.

Zadání d) První rovnice je špatně přepsaná, správný přepis zní: $x + y + 1 = 4 + 4$. Výsledky jsou správné, ale neodpovídají výše uvedenému přepisu rovnic, předpokládám tedy, že je žák opsal.

Otázka: Do jaké míry žák chápe rovnice se dvěma typy masek?

a)  $1+1+3+1+4+5=8+8$
 $3x+1+4+5=3$

I z těchto rovnic je vidět, že činily žákovi velké obtíže. Z pravé strany rovnice a) i b) si lze všimnout, že žák, ačkoliv je již ve 4. ročníku, nemá zcela osvojené síly jednotlivých zvířátek, neboť číselná hodnota $C = 10$, nikoliv 8, jak uvádí žák.

71

Závěr pozorování prostředí Dědy Lesoně

Jak se můžeme v této kapitole přesvědčit, matematické prostředí Děda Lesoně umožňuje žákům pracovat s veličinou zapsanou ikonicky, nikoliv číslem. Dále, již od samého začátku, pomáhá žákům rozvíjet abstraktní myšlení a učí je počítat příklady obecně. Toto vidím jako vítané pro nadané a bystré žáky se zájmem o matematiku. Těm tato koncepce může hodně nabídnout a může být přínosem pro jejich další vzdělávání se v matematice. Myslím si však, že zejména pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami, konkrétně tedy pro výše zmíněného žáka, je toto prostředí velmi složité, protože ani v průběhu 5. ročníku tento žák nemá zcela osvojen minimální základ daného prostředí, tj. síly všech daných zvířátek. Neumí si tedy v prvním momentě pod ikonou zvířátek představit jejich číselnou hodnotu.

V řešení rovnic chybuje již v základních úpravách, tj. nedokáže vždy správně přepsat ikonu zvířátka na jeho sílu. Dalším velkým problémem shledávám řešení soustav dvou rovnic o dvou neznámých – z některých příkladů je zřejmé, že žák nedokáže rovnici s maskami přepsat do rovnic s proměnnými x, y .

Během mého pozorování jsem došla k závěru, že žák je schopen příkladům porozumět, když ho některý ze spolužáků vyřeší ústně či zapíše na tabuli. Samostatné vypracování úloh z tohoto prostředí mu činí velké obtíže, protože nedokáže správně začít daný úkol řešit.

Osobně jsem přesvědčena, že část výše uvedených nedostatků by bylo možné korigovat poskytnutím tabulek zvířátek s jejich silami a vztahy mezi nimi, viz obr. č. 1 a obr. č. 2. Nechala bych žáka používat tyto dvě tabulky, dokud nebude mít dané vztahy plně zautomatizované, jako většina jeho spolužáků. Případně, vzhledem k jeho specifickým poruchám učení, bych jej nechala používat tyto tabulky po celý 1. stupeň. Za důležitější totiž považuji umět danou rovnici vyřešit, nikoliv znát číselné hodnoty zvířátek.

Samozřejmě by žákovi velmi pomohla domácí příprava. Protože však koncepce prof. Hejného je relativně mladá a většina rodičů její principy nezná, není domácí příprava možná a z pohledu učícího pedagoga ani žádoucí.

4.4. Matematické prostředí INDICKÉ NÁSOBENÍ

S násobením obecně se všichni žáci poprvé setkávají ve 3. ročníku ZŠ. Žáci, kteří se učí podle koncepce prof. Hejného, mají od první chvíle k dispozici tabulku N (tabulka násobků čísel 1 – 10, viz obr. 12).

Podle této koncepce učitel po žácích nepožaduje znát násobky čísel z paměti, ale nechává je s tabulkou pracovat při řešení příkladů tak dlouho, dokud se jim neautomatizují. Žáci se tak učí násobky nenásilnou formou, nemusí se bát, že hned nebudou vědět výsledek. Tento proces učení trvá podstatně déle než klasický dril násobilky, ale je pro žáky přirozený a využívá dětské zvědavosti.

Žáci se tedy nemusí učit násobilkové spoje z paměti, otázkou ale zůstává, zda se tyto spoje opravdu naučí a budou je ovládat i bez použití tabulky.

TABULKA N

· x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Obr. 12 Tabulka násobků

Učebnice začíná s těmito úkoly¹³:

1. Pomocí tabulky N vypočítej: $4 \cdot 3$; $8 \cdot 7$; $3 \cdot 1$; $7 \cdot 4$; $3 \cdot 4$.

Žáci pouze hledají výsledky v tabulce. V jedné z řad čísel naleznou číslo 4, v druhé číslo 3, a v místě, kde se jim cesty protnou, je výsledek příkladu $4 \cdot 3$, tedy číslo 12.

¹³ © 2009 Nakladatelství FRAUS. Dostupné z: ucebnice.fraus.cz/download/2240-m3_ukazka-z-ucebnice.pdf

2. Vytvoř slovní úlohu na každý z výše uvedených součinů.

Pro vytvoření vlastního zadání slovní úlohy je velmi důležitá představivost žáků a také skutečnost, aby toto řešení odpovídalo zadání. Pro slabší žáky je obtížné vymyslet slovní úlohu, když znají její řešení. V tomto případě vědí, že musí být řešena pomocí součinu čísel, což je pro ně těžké, protože obvykle jsou schopni vytvořit zadání, jehož řešením je součet dvou čísel.

Např. „V moři plavaly čtyři rybičky, každá rybička měla tři ploutvičky. Kolik ploutviček měly rybičky dohromady?“

Řešení

- a) $3 + 3 + 3 + 3 = 12$
- b) $4 \cdot 3 = 12$

3. Číslo 18 se v tabulce N vyskytne pouze čtyřikrát. Číslo 3 dvakrát a číslo 64 se tam objeví jenom jednou. Najdi všechna čísla, která se v tabulce N vyskytnou právě a) jednou, b) dvakrát, c) třikrát, d) čtyřikrát.

Plněním tohoto úkolu se žáci učí více pracovat s tabulkou násobků. Hledáním čísel zároveň zjišťují, kteří dva činitele tvoří daný součin a tyto vztahy si nenásilnou formou fixují.

Slabší žáci si řešením těchto úkolů začnou uvědomovat, že vynásobí-li čísla $5 \cdot 6$ a čísla $6 \cdot 5$, obdrží pro oba případy stejný výsledek. Objevují tedy důležitou vlastnost násobení – komutativitu.

Mezi další typy úloh, které jsou v úvodu učiva násobení, patří mimo jiné následující tři, které opět žáky aktivují k práci s tabulkou násobků a učí je orientaci v násobcích čísel 1-10:

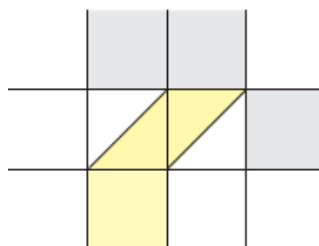
- 4. Kolik jednomístných čísel se nachází v tabulce N? Kolik dvomístných?
- 5. Zjisti, která z následujících čísel se v tabulce N nevyskytují.
 - a) 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93
 - b) 14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94
 - c) 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95

6. Kolik čísel tabulky N leží v první desítce (od 1 do 10), kolik ve druhé (od 11 do 20), kolik ve třetí (od 21 do 30) atd.? Výsledky zapiš do tabulky:

Číslo leží v	od	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
rozmezí	do	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Počet výskytů											

Po splnění výše uvedených a jim podobných typů úloh, které můžeme chápat jako úvod, se začíná násobení učit podle indického postupu, který se v Evropě začal používat již na konci 15. století. V této fázi se předpokládá, že všichni žáci umí vhodně používat tabulku N, přičemž většinu násobků čísel mají již osvojené.

Chceme-li dvě čísla vynásobit tímto postupem, zapišeme si činitele do předepsané tabulky, viz obr. 13.



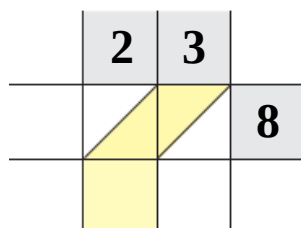
Obr. 13 Tabulka pro indické násobení

METODICKÝ POSTUP

1. Násobení dvojčíferného a jednocíferného činitele.

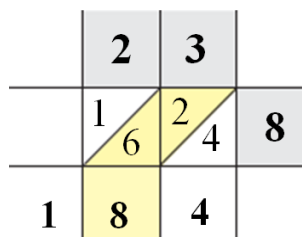
Např. násobení čísel $23 \cdot 8$

Zadání



Obr. 14 Násobení čísel $23 \cdot 8$

Řešení



Obr. 15 Násobení čísel $23 \cdot 8$

Řešení

Do šikmo rozpuštěného políčka pod číslici 2 napíšeme 16, neboť $2 \cdot 8 = 16$. Číslici 1 napíšeme vlevo nahoru a číslici 6 napíšeme vpravo dolů. Pod číslici 3 obdobně napíšeme 24, protože $3 \cdot 8 = 24$.

Zapsaná čísla pak sčítáme v šikmém směru. Nejprve jen přepíšeme 4, poté napíšeme 8, protože $2 + 6 = 8$ (žlutá políčka), a nakonec přepíšeme 1.

1.1. Doplnování čísel do indického násobení

Tyto úlohy slouží pro učitele jako zpětná vazba, chce-li prověřit, že žák rozumí nacvičenému algoritmu indického násobení.

Zadání

		6	
		4	
3	9	2	

Obr. 16 Doplnování čísel do indického násobení - zadání

Řešení

	5	6	
	3	4	7
3	9	2	

Obr. 17 Doplnování čísel do indického násobení - řešení

Víme, že číslo 42 se rovná součinu čísel $6 \cdot 7$, a tak doplníme číslici 7 do šedého políčka v druhém řádku. Dále víme, že číslo 9 v dolním řádku musí být součtem $4 + x$, tedy $x = 5$. Doplníme číslici 5 do žlutého trojúhelníku a číslici 3 z výsledku přepíšeme do bílého trojúhelníku. Nyní víme, že $y \cdot 7 = 35$, tedy $y = 5$. Napíšeme číslici 5 do šedého pole v prvním řádku a na závěr přepíšeme dolů číslici 2 z bílého trojúhelníku a dostaneme výsledek.

Stejný postup aplikujeme i pro následující dvojice činitelů:

2. Násobení trojčiferného a jednociferného činitele
3. Násobení dvou dvojčiferných činitelů
4. Násobení trojčiferného a dvojčiferného činitele

Např. násobení čísel $175 \cdot 42$

Řešení

	1	7	5	
	0	2	2	4
	0	1	1	2
1	2	4	0	
7	3	5	0	

Obr. 18 násobení čísel $175 \cdot 42$

Do šikmo rozpůleného políčka pod číslici 5 napíšeme 20, neboť $5 \cdot 4 = 20$. Číslici 2 napíšeme vlevo nahoru a číslici 0 napíšeme vpravo dolů. Pod číslici 7 obdobně napíšeme 28, protože $7 \cdot 4 = 28$. Obdobně vynásobíme $1 \cdot 4 = 4$ a číslici 4 zapíšeme vpravo dolů, a aby nám nezůstalo pole vlevo nahoře prázdné, doplníme na toto místo číslici 0.

Zapsaná čísla opět sčítáme v šikmém směru. Nejprve jen přepíšeme 0, poté napíšeme 5, protože $0 + 1 + 4 = 5$ (žlutá políčka), součet následujících čísel v diagonále je 13, neboť $2 + 8 + 1 + 2 = 13$, zapíšeme pouze číslici 3 a číslici 1 si připíšeme k předcházející diagonále (červená číslice 1 viz obr. 18) a provedeme součet čísel v poslední diagonále, tedy $2 + 4 + 0 + 1 = 7$, přepíšeme 7.

Následují ukázky řešení žáka, opět doplněné mými otázkami k zamyšlení.

Ukázka konkrétních řešení žáka z prostředí Indického násobení v průběhu

4. a 5. ročníku

Vyřeš úlohu.
a) Vynásob indickým způsobem.

Oprav!

1	9	8
0	5	4
9	7	6
9	9	0

1	8	8
8	0	6
8	6	8
8	6	8

4	4	5
1	6	8
1	7	4
1	7	4

1	0	5
0	0	0
0	0	4
0	0	4

b) Pozoruj výsledky a napiš, co jsi zjistil(a).

jsou nějaké číslice
změňují se o 50

Rozbor chyb

Jak lze vidět na první pohled, ani jeden z těchto příkladů na indické násobení není vyřešený správně. Když se podíváme důkladněji na všechna žákova řešení, tak vidíme, že příklad $188 \cdot 5$ řešil žák tímto způsobem: pro násobení čísel $8 \cdot 5$ zapsal správný výsledek součinu, tedy číslo 40, dále ale násobí čísla $8 \cdot 8$, na místo čísel $8 \cdot 5$, proto se v řešení příkladu vyskytuje číslo 64. Obdobně jako součin čísel $1 \cdot 8$ žák získal i číslo 80, v zápise prohodil číslici 8 s číslicí 0.

V příkladu $445 \cdot 2$ je správně vypočítaný i zapsaný součin čísel $2 \cdot 5$, tedy číslo 10. Následující součin čísel $2 \cdot 4$ je vypočítaný dobře, ale je nesprávně zapsaný, neboť číslice 8 musí být napsaná v růžovém poli a číslice 0 v bílém poli. Pro poslední součin čísel $2 \cdot 4$ žák zapsal výsledek 16, neboť místo tohoto součinu provedl součin $4 \cdot 4$.

Poslední příklad $105 \cdot 8$ je řešený obdobným nesprávným způsobem jako předcházející příklady. Žák násobí správně čísla $8 \cdot 5$, v tomto případě má správný i druhý výsledek, neboť $8 \cdot 0 = 0$, ale i $0 \cdot 5 = 0$. Poslední výsledek získal jako součin $1 \cdot 0$, přičemž dle algoritmu indického násobení měl provést součin čísel $8 \cdot 1$, jehož výsledek je 8.

Z těchto řešení vyplývá, že se u žáka projevuje neznalost základních spojů, tabulka násobků mu nepomůže, neboť žák nezvládá algoritmus indického násobení, je pro něj velmi obtížná orientace v tomto schématu.

Otázka: Jak žák chápe násobení indickým způsobem?

Vynásob indickým způsobem.

$$37 \cdot 26$$

	3	7	
	0/6	1/4	2
	18	42	6
9	8	2	

$$48 \cdot 19$$

	48		
	0/8	0/8	1
	36	72	9
9	1	2	

$$29 \cdot 34$$

	29		
	0/6	2/4	3
	08	08	4
9	8	8	

$$41 \cdot 19$$

	41		
	0/4	0/1	1
	34	09	9
7	7	9	✓

Rozbor chyb

Z těchto příkladů můžeme vidět, že žák nemá zcela osvojený součin čísel $9 \cdot 4$. Ve druhém příkladě má správně zapsaný výsledek tohoto součinu, ale v následujících dvou příkladech má výsledky jiné.

Otázka: Proč je pro žáka obtížné zapamatovat si výsledek součinu $9 \cdot 4$?

Doplň indické násobení.

	9	3	7	
	4	1	0	5
4	6	5	5	

	7	5	7	
	0	3	4	6
9	4	2		

	1	3	8	
	0	2	1	7
9	6	6		

Rozbor chyb

Tyto tři příklady jsou vyřešeny správně, až na chybný výsledek součinu $8 \cdot 7$ ve třetím příkladu. Při řešení této úlohy se žák snažil, pozorovala jsem jeho soustředěnost a touhu po správném výsledku. Myslím si, že vzhledem k tomu, že se jedná o příklady na součin trojčíferného a jednocíferného činitele, je toto cvičení pro žáka přehlednější, neboť provádí méně součinů, dosáhne také dříve konečného výsledku.

Otázka: Dokáže rychlé vyřešení jednoho příkladu udržet žákovu pozornost pro další řešení?

Doplň indické násobení.

4	3	5			
0	8	0	1	6	2
8	7	8			

3	4	6			
4	0	3	6	6	
8	7	6			

1	4	5			
0	2	1	4	8	
9	1	4			

3	4				
0	3	4	0	8	
0	8	4	9	7	
8	2	9			

8	9				
0	4	9	5	2	
8	4	5	4	4	
1	4				

8	1				
0	8	7	1	9	
7	7	0		5	
5	8	9			

5	4				
0	7	4	3		
1	3	4	5	3	
5	2	5			

Doplň indické násobení.

7	9				
1	4	1	8	2	
	4	9	6	3	7
21	18	3			

1 7 1

8	9	7			
0	3	7	4	1	8
8	4	2	5	4	6
10	7	6	6		

5	6				
9	3	6	6		
3	5	4	2	7	
45	15	2			

2 6

7	8	8			
7	4	0	0	8	1
1	8	5	4	7	9
7	7	0			

5 4

8	9				
1	2	6			
0	6	3	7		
1 6	14	3			

1 6

8	9				
8	2	7	9	3	
3	2	9			

3	9				
0	3	0	7	0	4
8	1	1	5	6	3
20	7	3	6		

OPRAV!

Rozbor chyb

V obou těchto úlohách se vyskytuje několik chyb. Jedná se zejména o chyby v nesprávných násobcích čísel. Soudím, že je pro žáka doplňovací cvičení na indické násobení složitější, protože neví, který součin dvou čísel mu „napovídá“ další číslo, které může do původního součinu doplnit. Obtížnější shledávám zejména příklady na součin dvou dvojčiferných činitelů, neboť žák má problémy i ve sčítacím algoritmu, jak můžeme vidět v opravených příkladech – zapisuje do jednoho pole číslo dvojčiferné, přičemž správný postup je takový, že do jednoho pole píšeme pouze počet jednotek daného čísla a počet desítek musíme přičíst k následujícímu součtu čísel v diagonále.

Žák příklady vyřešil velmi rychle a neprovedl kontrolu svého řešení. Tato doplňovací cvičení jsou pro něj náročná, nebaví ho a nesoustředí se na ně.

Otázka: V čem jsou pro žáka příklady na doplňování problematické? Není těchto příkladů příliš mnoho, aby dokázaly udržet žákovu pozornost?

Vynásob indickým způsobem:

a) $185 \cdot 32$

1	8	5
3	2	4
0	2	6
5	9	2

185
· 32
370
555
5920

b) $248 \cdot 19$

2	4	8
0	2	0
7	3	8
5	2	1

248
· 19
2232
4712

c) $387 \cdot 26$

3	8	7
0	6	7
7	8	4
7	0	6

387
· 26
2322
774
10062

d) $298 \cdot 43$

2	9	8
0	8	3
0	6	2
1	2	8

298
· 43
894
1192
12874

e) $198 \cdot 76$

1	9	8
0	7	5
0	6	5
5	4	8

198
· 76
1188
15048

f) $296 \cdot 67$

2	9	6
1	2	5
1	4	6
1	7	7

296
· 67
2072
19832

Učebnice str. 73–76

Rozbor chyb

U těchto příkladů vidíme, že pro kontrolu správnosti indického násobení žák využil klasické násobení pod sebou. Výsledky obou způsobů však neporovnal, jinak by zjistil, že dva výsledky pro zadání b) a pro zadání c) se neshodují.

V zadání b) je špatně zapsaný výsledek součinu čísel $8 \cdot 9$, neboť $8 \cdot 9 = 72$, nikoliv 81, jak uvádí žák.

V zadání c) je nesprávně proveden sčítací algoritmus. Při výsledném součtu diagonál je každý výsledek v řádu desítek, což žákovi činilo problémy.

Tyto příklady byly vyřešeny ke konci 4. ročníku. Zdá se mi, že žák algoritmus indického násobení konečně pochopil. Násobí-li ale čísla klasickým násobením pod sebou, dokáže se v řešení lépe orientovat než v násobení podle indického postupu.

Otázka: Chápe žák násobení pod sebou jako kontrolu výsledku indického násobení, nebo ji považuje pouze jako práci navíc?

Závěr pozorování prostředí Indického násobení

Poprvé jsem se setkala s násobením podle indického postupu během mé průběžné pedagogické praxe na základní škole. V první chvíli jsem vůbec nevěděla, jak toto násobení funguje, jaké jsou jeho výhody a nevýhody, jestli žáky baví a zajímá nebo ho vnímají jako zbytečnou práci navíc, protože se stejně musí naučit násobit klasickým způsobem pod sebe.

V jedné z hodin matematiky mi dva žáci 4. ročníku na jednom příkladu u tabule ukázali, jak se tímto způsobem násobí. Indický způsob násobení mě ihned nadchl. Jako velkou výhodu jsem vnímala zejména skutečnost, že násobíme-li tímto způsobem, můžeme ihned zapisovat celý výsledek součinu i v případě, kdy je výsledek v řádu desítek. Žáci si tedy nemusí žádnou část výsledku pamatovat, pak vynásobit další součin a vzpomínat, co že si to vlastně pamatovali. Zejména žáci se specifickými poruchami učení mívají v této oblasti „pamatování si“ problémy, a proto jsem indický postup násobení vnímala jako vhodný a nápomocný obzvlášť pro ně.

Během své praxe a při psaní této diplomové práce jsem z rozboru chyb výše uvedených řešených příkladů pozorovaného žáka svůj názor změnila. Většina žáků třídy skutečně počítala indické násobení se zájmem. Během 4. ročníku, kdy jsem do jejich třídy chodila na náslechy do hodin matematiky, jsem vypožadovala, že nikdo tabulku násobků nepoužívá. Při pozorování vybraného žáka jsem se však přesvědčila, že bez tabulky nedokázal téměř žádný součin dvou jednociferných čísel vypočítat správně. Největší problémy mu činily příklady na součin dvou dvojciferných činitelů a dále pak příklady na doplňování čísel. Musím podotknout, že toto doplňování bylo někdy obtížnější i pro některé ostatní žáky 4. třídy, protože, jak jsem již uvedla u některých rozborů řešení, doplňování čísel je náročnější na představivost a je potřeba, aby byl zcela zautomatizovaný algoritmus indického násobení.

Myslím si, že pro žáky se specifickými poruchami učení by tento způsob násobení mohl být vhodný, ale musel by jim být poskytnut individuální přístup. Z ukázky žakových řešení je zřejmé, že má problémy s orientací ve schématech indického násobení, nemá zcela osvojené násobilkové spoje a příklady na doplňování čísel mu činí největší problémy.

Na základě mého pozorování jsem dospěla k závěru, že pro dotyčného žáka je násobení pod sebou srozumitelnější a dokáže se v daném textu lépe orientovat.

Jako jedno z možných řešení, které by mohlo pomoci s orientací ve schématech indického násobení, navrhuji postup, ve kterém se žák nejprve zcela naučí celý algoritmus indického násobení a poté je mu poskytnut dostatek příkladů a času na domácí procvičování. Prostředí indického násobení shledávám jako jedno z nejméně náročných pro osoby, které nejsou do koncepce prof. Hejného zasvěceny. Domácí příprava a procvičování příkladů by tedy nemělo být problematické ani pro rodiče, kteří by žákovi pomáhali.

4.5. Písemné operace s přirozenými čísly

Operace s přirozenými čísly provází žáky všemi prostředími od prvního seznámení s matematikou. V této kapitole chci přiblížit, jak se žáci učí sčítat a odčítat dvojčíferná a vícečíferná čísla. Toto téma je zahrnuto do učebního plánu pro 3. ročník ZŠ.

Výuka písemného sčítání a odčítání Hejného metodou spočívá v tom, že žáci daná čísla nedopočítávají, ale skutečně odčítají. Sčítání i odčítání se provádí vždy shora dolů, s počítáním se začíná od řádu jednotek. Tomuto způsobu odčítání nejprve předchází odčítání za použití rozkladu menšence na dvě čísla. Konkrétní řešení příkladů popisují níže v metodickém postupu.

METODICKÝ POSTUP

1. Písemné sčítání dvojčíferných čísel bez přechodu

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & 3 & 5 \\ + & 6 & 2 \\ \hline & 9 & 7 \\ \hline \end{array}$$

Obr. 19

Řešení:

Nejprve sečteme $5 + 2 = 7$ a číslici 7 napíšeme pod čáru pod číslici 2. Poté sečteme $3 + 6 = 9$ a číslici 9 zapíšeme pod čáru pod číslici 6.

2. Písemné sčítání dvojčíferných čísel s přechodem

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & 4 & 9 \\ + & 8 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Obr. 20

Řešení:

Nejprve sečteme $9 + 1 = 10$. Zapišeme číslici 0 a pamatujeme si číslo 1. Poté sečteme $4 + 8 = 12$ a k výsledku přičteme číslo 1. Zapišeme číslo 13.

3. Písemné odčítání dvojčíferných čísel bez přechodu

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & 6 & 8 \\ - & 5 & 7 \\ \hline & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Obr. 21

Řešení:

Nejprve odečteme $8 - 7 = 1$. Zapišeme číslici 1. Poté odečteme $6 - 5 = 1$ a zapišeme obdobným způsobem.

4. Písemné odčítání dvojciferných čísel s přechodem

$$\begin{array}{r}
 72 \\
 - 34 \\
 \hline
 38
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 40 \\
 - 34 \\
 \hline
 6
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 32 \\
 + 32 \\
 \hline
 38
 \end{array}$$

Obr. 22

Řešení:

Menšence 72 si rozložíme na součet takových dvou čísel, že první sčítanec je právě o jeden řád desítek větší než menšitel 34. ($72 = 40 + 32$) Menšitele 34 odečteme od čísla 40 (první sčítanec) a obdržíme výsledek 6. ($40 - 34 = 6$) K číslu 6 přičteme číslo 32 (druhý sčítanec) a obdržíme výsledek 38. ($6 + 32 = 38$) Číslo 38 je výsledek původního rozdílu $72 - 34$.

Písemné odčítání bez rozkladu na dva sčítance

$$\begin{array}{r}
 7\overset{12}{2} \\
 - 34 \\
 \hline
 38
 \end{array}$$

Řešení:

Protože rozdíl $2 - 4$ nemá v oboru přirozených čísel řešení, odečteme od čísla 70 číslo 10 a přičteme k číslu 2. Počítáme nyní rozdíl $12 - 4 = 8$, zapíšeme číslici 8. Od čísla 70 jsme již odečetli číslo 10, počítáme tedy dále $60 - 30 = 30$. Zapišeme pouze číslici 3, která vyjadřuje počet řádu desítek.

5. Doplnování chybějících číslic součtu i rozdílu

$$\begin{array}{r}
 67 \\
 + 42 \\
 \hline
 109
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 87 \\
 - 51 \\
 \hline
 36
 \end{array}$$

Obr. 23

Řešení součet:

Řešíme příklad $7 + ? = 9$, doplníme číslici 2, a příklad $? + 4 = 10$, tedy $6 + 4 = 10$.

Řešení rozdíl:

Odečteme $7 - 1 = 6$, doplníme 6. Dále řešíme příklad $8 - ? = 3$, doplníme číslici 5.

Na toto učivo dále navazuje písemné sčítání a odčítání trojciferných čísel a ve 4. ročníku i víceciferných čísel.

Poznámka

Výše uvedené obrázky (obr. 19-23) jsou převzaté z učebnic matematiky z nakladatelství FRAUS, které vytvořil tým autorů prof. RNDr. Milana Hejného, CSc.

Pozorováním žáka při práci v různých matematických prostředích i mimo ně jsem zjistila, že nemá zcela osvojené základní matematické spoje pro součet a rozdíl čísel do dvaceti s přechodem přes základ 10. Rozhodla jsem se tedy žáka požádat o vypočítání níže uvedené tabulky příkladů (obr. 19), abych zjistila, zda jsou pro něj problémem základní matematické spoje nebo mu pouze činí potíže tyto spoje převést do složitějších příkladů. Žákovi jsem poskytla na vypracování tabulky čas 15 minut, stihl mi však vyplněné zadání odevzdat o pět minut dříve.

Doplň výsledek součtu	Doplň do příkladu sčítance	Doplň výsledek rozdílu	Doplň do příkladu menšence či menšítele
$5 + 6 = 11$	$5 + 8 = 13$	$15 - 6 = 9$	$14 - 6 = 8$
$7 + 9 = 16$	$8 + 9 = 17$	$18 - 9 = 9$	$13 - 8 = 5$
$8 + 3 = 11$	$7 + 9 = 16$	$12 - 7 = 5$	$16 - 7 = 8$
$9 + 2 = 11$	$3 + 8 = 11$	$15 - 8 = 7$	$11 - 4 = 7$
$6 + 7 = 13$	$8 + 7 = 15$	$17 - 8 = 8$	$17 - 8 = 9$
$4 + 8 = 12$	$7 + 5 = 12$	$13 - 4 = 9$	$14 - 6 = 8$
$5 + 9 = 19$	$6 + 8 = 14$	$12 - 5 = 7$	$16 - 9 = 7$
$7 + 7 = 14$	$7 + 4 = 11$	$11 - 3 = 8$	$18 - 9 = 9$
$6 + 6 = 12$	$9 + 9 = 18$	$15 - 7 = 8$	$11 - 5 = 6$
$8 + 9 = 17$	$7 + 6 = 13$	$12 - 9 = 3$	$15 - 9 = 6$

Obr. 24 Vyřešené příklady na součet a rozdíl s přechodem přes základ 10

Rozbor chyb

$5 + 9 \neq 19$ (1. sloupec)

$17 - 8 \neq 8$ (3. sloupec)

$16 - 7 \neq 8$ (4. sloupec)

Tyto chyby vnímám jako chyby z nepozornosti. Žák byl s příklady rychle hotový, neprovedl kontrolu správnosti řešení.

Otázka: Proč je pro žáka problémem vybavit si tyto základní spoje při počítání s vícečíslicovými čísly?

Ukázka konkrétních řešení žáka z oblasti písemných operací s přirozenými čísly v průběhu 4. a 5. ročníku

Vypočítej. Dopln místo barevných polí čísla.

$\begin{array}{r} 961 \\ -518 \\ \hline 443 \end{array}$	$\begin{array}{r} 342 \\ \cdot 3 \\ \hline 926 \end{array}$	$\begin{array}{r} 987 \\ -789 \\ \hline 798 \end{array}$	$\begin{array}{r} 98 \\ \cdot 8 \\ \hline 49 \end{array}$	$\begin{array}{r} 588 \\ -499 \\ \hline 189 \end{array}$	$\begin{array}{r} 589 \\ 252 \\ \hline 1075 \end{array}$	$\begin{array}{r} 468 \\ -278 \\ \hline 941 \end{array}$	$\begin{array}{r} 279 \\ \cdot 4 \\ \hline 1475 \end{array}$
--	---	--	---	--	--	--	--

Rozbor chyb

Rozdíl čísel 961 a 518 je vypočítáný správně, žák se dokázal plně soustředit na řešení příkladu.

Součin čísel 342 a 3 začal žák počítat dobře, ale výsledek pro poslední dvojici součinu čísel zapsal špatně, neboť zapomněl, že k číslu 9 ($3 \cdot 3$) musí přičíst číslo 1 ($3 \cdot 4 = 12$, *zapišu číslici 2 a číslo 1 přičtu k následujícímu výsledku součinu*). Správný výsledek celého součinu je tedy číslo 1026.

Rozdíl čísel 987 a 789 je opět zpočátku počítán správně, ale celý správný výsledek je číslo 198, nikoliv 798, jak uvádí žák. Tento příklad byl pro něj náročný, protože obsahuje tři rozdíly čísel s přechodem, číslo 7 pouze opsal ze zadaného menšitele.

Výsledek pro součin čísel 98 a 8 je nesmyslný.

Rozdíl čísel 588 a 499 je opět v počátcích počítán správně, ale pro poslední dílčí rozdíl žák nepřičetl k číslu 4 číslo 1 z předchozího dílčího rozdílu, kdy počítal s přechodem.

Poslední tři příklady na doplnění čísel jsou všechna nesmyslná. Žák nedokázal správně doplnit ani první číslo tak, aby odpovídalo zadání, je tedy zřejmé, že žádná další doplněná čísla danému zadání neodpovídají.

Otázka: Jsou tyto chyby způsobené žakovou neznalostí nebo mohou být ovlivněny únavou?

$\begin{array}{r} 1\ 2\ 6\ 3 \\ -\ 7\ 8\ 9 \\ \hline 4\ 7\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 606 \\ \cdot\ 9 \\ \hline 5\ 44 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8\ 4\ 8\ 7 \\ -\ 6\ 3\ 2 \\ \hline 9\ 11\ 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 3\ 5\ 3 \\ \cdot\ 6 \\ \hline 8\ 118 \\ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 3\ 6\ 9 \\ -\ 6\ 3\ 2 \\ \hline 7\ 37 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\ 5\ 6\ 2 \\ -\ 9\ 6\ 3 \\ \hline 2\ 525 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\ 0\ 3\ 5 \\ -\ 7\ 0\ 4 \\ \hline 1\ 331 \end{array}$
---	--	--	---	---	--	--

Rozbor chyb

Z následujících sedmi příkladů jsou správně čtyři. Příklad první, třetí, pátý a šestý.

Z druhého příkladu lze vidět, že je opravený od paní učitelky, oprava však není úplná, neboť správný výsledek součin čísel 606 a 9 je číslo 5 454. Žák zapsal výsledek 5 544.

Otázka: Je možné, že je tento výsledek způsobený nízkou úrovní zrakového vnímání nebo pouhou nesoustředěností žáka?

Čtvrtý příklad, součin čísel 1 353 a 6 je nesprávný i přes to, že se žák pokoušel výsledek opravit. (Správný výsledek je 8 118.)

Poslední příklad, rozdíl čísel 2 035 a 704 je z počátku vyřešený správně, neboť při počítání žák nemusel počítat s přechodem. Chybné řešení se začalo vyskytovat, když začal počítat „7 – 0 = 7“ místo „7 a kolik je 10“, případně „10 – 7 = 3“, počítá-li „shora“.

Vypočítej písemně.

$\begin{array}{r} 3\ 2\ 5\ 1\ 0\ 9 \\ 1\ 2\ 0\ 7\ 8\ 0 \\ 2\ 4\ 7\ 3\ 2\ 1 \\ \hline 6\ 9\ 3\ 2\ 7\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 8\ 6\ 6\ 0\ 3 \\ 4\ 7\ 6\ 5\ 4 \\ 1\ 5\ 8\ 9\ 6\ 3 \\ \hline 6\ 8\ 7\ 4\ 2\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\ 6\ 7\ 9\ 8\ 4 \\ 1\ 6\ 2\ 4\ 8 \\ 9\ 0\ 7\ 8 \\ \hline 6\ 9\ 3\ 3\ 7\ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8\ 4\ 7\ 1\ 1 \\ 1\ 8\ 9\ 2\ 3\ 0 \\ 4\ 2\ 0\ 3\ 6\ 9 \\ \hline 6\ 9\ 4\ 3\ 1\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4\ 7\ 4\ 3\ 4 \\ 5\ 9\ 9\ 7\ 8\ 7 \\ 5\ 7\ 0\ 8\ 9 \\ \hline 9\ 8\ 4\ 3\ 0\ 0 \end{array}$
--	---	---	---	--

Rozbor chyb

Příklady na součet vícečíslicových trojic čísel byly pro žáka těžké, neboť musel provádět příliš mnoho dílčích součtů s přechodem. Správně dokázal vypočítat příklad první a čtvrtý.

Správné řešení:

2. příklad ... 693 220 3. příklad ... 693 310 5. příklad ... 704 310

Otázka: Výše uvedené výsledky příkladů jsou velmi podobné. Je možné, že tato podobnost byla pro žáka matoucí?

Doplň místo barevných polí čísla.

$\begin{array}{r} 304 \\ 452 \\ \hline 756 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1822 \\ 897 \\ \hline 2319 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3750 \\ 4561 \\ \hline 83211 \end{array}$	$\begin{array}{r} 974 \\ -653 \\ \hline 321 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5800 \\ -3875 \\ \hline 52481 \end{array}$
---	---	---	--	--

Rozbor chyb

Tyto příklady na doplňování počítali všichni žáci ve třídě samostatně. Poté následovala společná kontrola. Z těchto pěti příkladů dokázal žák správně vyřešit příklad první a čtvrtý. Třetí a pátý příklad opravil během společného kontrolování, chybné řešení druhého příkladu přeslechl.

Otázka: Nemí těchto příkladů příliš mnoho? Nebylo by lepší, kdyby se žák pokusil vyřešit pouze tři příklady tohoto typu?

Vypočítej písemně. Dopln místo barevných polí čísla. Co je zvláštního na výsledcích?

$\begin{array}{r} 12\ 004 \\ 600\ 909 \\ \hline 12\ 456 \end{array}$	$\begin{array}{r} 828\ 701 \\ -183\ 332 \\ \hline 645\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 317\ 989 \\ 200\ 080 \\ \hline 665\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 784\ 335 \\ -98\ 966 \\ \hline 685\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 960\ 378 \\ -255\ 009 \\ \hline 705\ 369 \end{array}$
$\begin{array}{r} 365\ 366 \\ 340\ 003 \\ \hline 825\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 924\ 361 \\ -178\ 992 \\ \hline 745\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 966\ 366 \\ 1990\ 03 \\ \hline 765\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 78\ 478 \\ -193\ 089 \\ \hline 785\ 369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 346\ 646 \\ 458\ 723 \\ \hline 805\ 369 \end{array}$

na výsledcích je neso, se se vždy liší

Rozbor chyb

Výsledky příkladů na písemné sčítání a odčítání jsou všechny správné. Z příkladů na doplnění jsou správně vyřešené dva, příklad druhý a pátý.

Z prvního příkladu vidíme, že se žák pokoušel své chyby opravovat. Do druhého sčítance na místo desetitisíců doplnil nejprve číslici 4, poté 6. Správně řešení je 5.

Rozbor chyb

Ve třetím příkladu je špatně doplněná číslice 9 v prvním sčítanci, neboť zde patří opět číslice 5.

Čtvrtý příklad je chybný a neúplný. (*Správné řešení: $978\,378 - 193\,089 = 785\,369$*)

Žákova odpověď na otázku v zadání ukazuje, že v tolika číslech nebyl schopen najít zvláštnost, že všechny výsledky jsou ukončeny trojčíslím 369.

Otázka: Není pět příkladů na doplňování pro žáka příliš náročné? Nebylo by lepší nechat ho vyřešit příklady pouze tři a zbylé dva zadat formou domácí přípravy?

Doplň.

The image shows five handwritten arithmetic problems. Each problem consists of a subtraction or addition with a missing digit indicated by a red box. The problems are as follows:

$\begin{array}{r} 35\,627 \\ - 18\,392 \\ \hline 54\,019 \end{array}$	$\begin{array}{r} 196\,002 \\ - 87\,354 \\ \hline 108\,648 \end{array}$	$\begin{array}{r} 369\,050 \\ - 196\,505 \\ \hline 173\,545 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72\,322 \\ - 45\,697 \\ \hline 51\,900 \end{array}$	$\begin{array}{r} 287\,006 \\ - 602\,144 \\ \hline 100\,997 \end{array}$
---	---	--	---	--

Below each problem, the result is written. In the first problem, the result is 54 019. In the second, it is 108 648. In the third, it is 173 545. In the fourth, it is 168 919. In the fifth, it is 980 047. Some digits in the original image are crossed out with red lines, indicating corrections or errors.

Rozbor chyb

Z těchto pěti příkladů na doplňování žák dokázal správně vyřešit pouze první příklad. Následující tři příklady jsou škrtnuté a opravené. Podíváme-li se na výsledky před opravou a po opravě, vidíme, že žákovi stále činí problém počítání s přechodem zejména v těchto doplňovacích úlohách.

Poslední příklad shledávám jako neřešitelný, neboť součet těchto tří sčítanců není roven číslu 980 047, ale číslu 990 047. Druhý sčítanec by měl být 602 044, ale ani tak nedosáhneme požadovaného výsledku, neboť řád statisíců je zadaný.

Otázka: V čem jsou příklady na doplňování pro žáka tak náročné? Dokáže používat správný algoritmus sčítání i odčítání s přechodem?

Závěr pozorování oblasti písemných operací s přirozenými čísly

Oblast písemných operací s přirozenými čísly jsem do této práce zařadila zejména proto, že toto učivo je podstatné při výuce matematiky všemi metodami. I tyto operace jsou však metodou prof. Hejného vyučovány jinak než běžně. Snažila jsem se přiblížit metodický postup pro součet a rozdíl dvojčiferných čísel bez přechodu i s přechodem přes základ 10.

U pozorovaného žáka jsem se nejprve pokusila zjistit, jestli ovládá základní matematické spoje na součet a rozdíl čísel do dvaceti. Žáka jsem požádala o vyřešení mnou sestavených čtyřiceti příkladů. Výsledky ukázaly, že žák nemá problémy spočítat příklady na součet a rozdíl čísel do dvaceti.

Příklady z pracovního sešitu na součet a rozdíl vícečiferných čísel mu však činí velké problémy, a to zejména z důvodu, že operace s vícečifernými čísly jsou pro žáka náročné na pamětné počítání. Rozhodujícím faktorem na kvalitu práce má s vysokou pravděpodobností vliv žákova momentální unavenost, některé výsledky jsou chybné z důvodu nízké úrovně žákova zrakového vnímání, dalším faktorem, který se podílí na neúspěšnosti je číselná podobnost příkladů a také jejich kvantita v jedné úloze. Příklady na doplňování jsou pro žáka více problematické, protože pro řešení těchto úloh je nutná perfektní znalost algoritmu písemného sčítání či odčítání.

Myslím si, že žák by byl schopen v této oblasti méně chybovat. Považuji za podstatné snížit počet příkladů v jedné úloze přibližně na polovinu s tím, že druhou polovinu příkladů by dopočítal formou domácí přípravy. Domnívám se, že by se tímto žák dokázal více soustředit, měl by automaticky více času na přemýšlení a pochopení zadání úloh.

4.6. Žákova sebereflexe

Abych dokázala lépe rozpoznat, jak žák vnímá nejen matematická prostředí, ale celkově hodiny matematiky, uskutečnila jsem s ním rozhovor. Tento rozhovor probíhal po vyučování v jeho kmenové třídě. Žák byl ochotný mi na otázky odpovědět, ale bylo na něm vidět, že se trochu stydí. Otázky jsem proto volila jednoduché a snažila se rozvinout žákovy odpovědi. Průběh rozhovoru jsem si zapisovala.

Rozhovor

1. Jaké jsou pro tebe hodiny matematiky? Baví tě, nebo spíše nebaví?

Někdy mě baví, někdy moc ne. Ale asi spíš moc ne.

2. Které hodiny matematiky tě moc nebaví a proč?

Nebaví mě matika v pátek, protože to vždycky rýsujeme a to mi moc nejde. A když píšeme písemku.

3. Učí se s tebou doma někdo z rodičů?

Když máme domácí úkol, tak mi mamka pomáhá.

A když nemáte domácí úkol?

Tak to se neučím.

4. Jak často se doma připravuješ na hodiny matematiky?

Dělám domácí úkoly, a když máme psát písemku, tak se učím.

Jak se učíš? Opakuješ si příklady z hodiny?

Jo. Mamka se podívá, co jsem měl špatně, a musím to počítat doma.

5. Baví tě, když počítáte úlohy se zvířátky Dědy Lesoně?

Jo, baví, ale někdy to moc neumím vypočítat.

- 6. Dokážeš říct, které úlohy z prostředí Dědy Lesoně jsou pro tebe těžké a které zvládáš vyřešit sám?**

To nevím. Paní učitelka mi někdy poradí a někdy se zeptám Pavla (spolužák v lavici). Moc mi nejdou ty příklady s maskama, když je jich tam hodně.

- 7. Násobení jste se učili pomocí dvou metod - pod sebou a indickým postupem. Která z těchto metod pro tebe byla jednodušší a proč?**

To indický mi moc nešlo, to bylo takový moc složitý. Moc jsem nevěděl, co mám násobit a kam to psát. Násobení pod sebou je lepší.

- 8. Dokážeš vyjmenovat násobky čísel 1–10 bez použití tabulky násobků?**

Asi ne, protože paní učitelka to po nás nechce.

- 9. Jak vnímáš Krokování a Schody? Rozumíš úlohám z tohoto prostředí?**

Když jsme to dělali na krokovadle, tak to mě bavilo, ale to už v 5. třídě neděláme. Někdy nevím, když jsou tam závorky a plus, minus, na kterou stranu mám šipky napsat. Jestli dopředu, nebo dozadu. A ty schody jsou hodně těžké.

- 10. Co ti připadá na Schodech těžkého?**

No protože Hurvínek a Spejbl mají vždycky stát na stejném schodu a já to musím udělat jen se dvěma nebo třeba šipkama a to nevím jak.

- 11. Počítáš raději úlohy z pracovního sešitu nebo na kopírovaných papírech?**

Mě baví, když počítáme společně nebo ve skupinách. Když musím počítat sám, tak to mě moc nebaví.

Závěr rozhovoru

Rozhovor ukázal, že zájem o matematiku není u žáka příliš velký. Samostatná práce ho nebaví, dá se předpokládat, že je to tak, protože výsledky nejsou příliš uspokojivé. Žák sám vnímá, že v jednotlivých prostředích tápe a nerozumí jim. Některé aktivity ho bavily, ale nesplnily svůj účel – nedošlo k jejich úplnému zafixování a žák nebyl dostatečně připraven na těžší stupeň v daném prostředí.

Domácí příprava probíhá pouze v omezené míře – když je zadán domácí úkol nebo se blíží písemné zkoušení, což vnímám jako velký nedostatek.

Matematiku jako předmět žák ohodnotil jako: „moc těžký“.

Závěr

Naučit děti matematiku a zároveň vzbudit jejich opravdový zájem o tento zajímavý, vysoce abstraktní a přesný obor je jistě přáním všech učitelů matematiky.

Diplomová práce je rozdělena na část teoretickou a praktickou. Teoretická část práce je zpracována na základě studia odborné literatury a komparaci různých informačních zdrojů. V praktické části práce jsem se snažila objasnit, proč metoda, která je relativně nová a měla by tedy odrážet potřeby současných žáků na prvním stupni, nemusí vždy přesně zapadnout do individuálních potřeb žáka. Obzvláště do potřeb žáka, který má diagnostikované specifické poruchy učení a je pro něj vypracován IVP. Metoda, která může být obrovským přínosem pro velkou spoustu bystrých, ale i méně bystrých žáků, může takovému žákovi přinést nemalé komplikace a může mu matematiku znepříjemnit natolik, že ani v dalších ročnících si k ní nenajde cestu. Snažila jsem se objevit momenty, které jsou klíčové pro neúspěšná řešení konkrétních příkladů, protože jedině objevením těchto momentů, jejich pojmenováním a specifikací se dá pro žáka nalézt možné řešení, jak se v matematice zlepšit. Zjistila jsem, že důležitou roli hraje soustředěnost žáka, která často velice rychle klesá, což jsme mohli vidět v konkrétních řešeních většiny úloh.

Osobně se domnívám, že metoda prof. Hejného má nezastupitelnou roli v dnešní výuce matematiky a přináší do prostředí matematiky spoustu nového. Učí jinému vnímání, zahrnuje širokou škálu působnosti. Už tím, že se zdaleka nesoustředí pouze na zadání – postup – výsledek, ale protože neopomíná ani sociální, komunikativní a další oblasti lidského života, je pro žáky i pro jejich učitele velkým krokem vpřed.

Neměli bychom však zapomínat, že metody, i když mají nápad a jsou jiné než ty, co zatím známe, nemusí být nutně pro každého ideální. Jak říká většina učitelů didaktiky matematiky, žádná metoda není taková, aby vyhovovala všem žákům. Nezapomínejme na děti, pro něž jsou i základní početní operace náročné, a které potřebují zcela jiné prostředí než to, které je jim danou metodou nabízeno.

Z mojí práce vyplývá, že učitel musí být ten, kdo včas rozpozná, kde je hlavní problém žáka, a který navrhne adekvátní řešení. A toto řešení nemusí být vůbec v rámci možností dané metody. Učitel by měl tedy hledat dál, dokud nenajde a nenabídne žákovi přesně to, co potřebuje a je pro něj nejvhodnější.

Cílem mojí práce bylo zjistit a na základě pozorování posoudit, jaké problémy v matematice se mohou vyskytnout u žáka se speciálními vzdělávacími potřebami, pokud je vyučován metodou podle koncepce prof. Hejného a kolektivu. Výstupy v praktické části dokazují, že cíl práce byl naplněn.

Věřím, že tato diplomová práce bude přínosem pro laickou i odbornou veřejnost a že zájemcům o toto téma přiblíží problematiku výuky žáků se speciálními vzdělávacími potřebami alternativní metodou.

Shrnutí

Cílem této diplomové práce bylo zjistit, jaké problémy se mohou vyskytnout u žáků se speciálními vzdělávacími potřebami při alternativní výuce matematiky, v této práci konkrétně metodou prof. Hejného. Chtěla jsem přímo v praxi zjistit, jak žák se specifickými poruchami učení vnímá výuku matematiky touto metodou a jaké konkrétní chyby se u něj vyskytují při řešení úloh z matematických prostředí Krokování a Schody, Dědy Lesoně, Indického násobení a oblasti písemných operací s přirozenými čísly.

V teoretické části jsem stručně uvedla, které žáky můžeme považovat za žáky se speciálními vzdělávacími potřebami. Tato problematika je velice obsáhlá a každá z kapitol by vystačila na samostatnou práci. Podrobněji jsem se zde proto zabývala pouze dyskalkulií, protože se jedná o specifickou poruchu matematických schopností. Dále jsem uvedla jednotlivé výstupy požadované podle RVP ZV a také ty, které uvádí prof. Hejný ve své koncepci. Toto považuji za důležité, protože i alternativní výukové metody potřebují své pevně dané výstupy a plánované cíle a musí vycházet z rámcových programů.

V praktické části jsem popsala pozorování mnou vybraného žáka v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ. Pro pozorování jsem vybrala pouze některá matematická prostředí a oblast písemných operací v oboru přirozených čísel. Výsledkem mého pozorování jsou zaznamenané konkrétní problémy a chyby, které žáka brzdí v jeho vývoji a pokrocích v matematice. Analýzou jeho práce a dlouhodobým pozorováním jsem se pokusila navrhnout alternativní řešení jednotlivých problémů a odstranění chyb.

Summary

The aim of this diploma thesis was to find out, which problems can appear when pupils with special needs are taught by alternative mathematical method. In this thesis, it is Prof. Hejný method. I wanted to find out directly in practice, how a pupil with specific learning disabilities perceives the teaching of mathematics by this method and which concrete mistakes can appear during his solving tasks from mathematical areas Krokování and Schody, Děda Lesoň, Indian multiplication and area of mathematical operations with natural numbers.

The theoretical part describes pupils with special needs. This problematic is very comprehensive and each chapter could be written as a separate thesis. That's why I describe in detail only dyscalculia, because it is a specific learning disability in mathematical abilities. Next chapter focuses on each request according RVP ZV and also the ones according Prof. Hejný method.

The practical part describes my observation of one pupil in mathematical lessons during a first grade in a basic school. For my observation I chose only some mathematical areas from Prof. Hejný's method and mathematical operations with natural numbers. The results of this observation are concrete problems and mistakes, which slow pupil's knowledge in mathematics down. After analysis of his work and after my observation I tried to offer an alternative solving for each problems and how to remove mistakes.

Literatura

- BARTOŇOVÁ, Miroslava a Marie VÍTKOVÁ. *Specifika ve vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami v inkluzivním prostředí základní školy: Specific features in teaching pupils with special needs in an inclusive learning environment in primary schools*. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2013, 279 s. ISBN 978-802-1066-465.
- BARTOŇOVÁ, Miroslava a Marie VÍTKOVÁ. *Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami: daltonská výuka v praxi*. 1. vyd. Překlad Jitka de Wolfová. Brno: Masarykova univerzita, 2013, 418 s. ISBN 978-802-1066-328.
- BLAŽKOVÁ, Růžena. *Dyskalkulie a další specifické poruchy učení v matematice*. Brno: Masarykova univerzita, 2009, 107 s. Spisy Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity, sv. č. 132. ISBN 978-802-1050-471.
- GRUSZCZYK – KOLCZYŃSKA, E.; ZIELIŃSKA, E. (1997) *Dziecieca Matematyka, Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier?* Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014, 229 s. ISBN 978-80-7290-776-2.
- CHINN, Stephen. *The trouble with Mathematics Abington*. 2nd ed. New York: Routledge, 2012, ix, 172 p. ISBN 978-020-380-593-0.
- MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003, 219 s. ISBN 80-7315-039-5.
- MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Vyučovací metody*. 1. vyd. Praha: Stát. pedag. nakl., 1975, 324 s.

- PIPEKOVÁ, Jarmila. *Kapitoly ze speciální pedagogiky*. 3. přeprac. a rozš. vyd. Brno: Paido, 2010, 401 s. ISBN 9788073151980.
- PORTEŠOVÁ, Šárka. *Rozumově nadané děti s dyslexií*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2011, 213 s., [8] s. obr. příl. ISBN 978-80-7367-990-3.
- PRŮCHA, Jan a Marie VÍTKOVÁ. *Alternativní školy a inovace ve vzdělávání: daltonská výuka v praxi*. 3., aktualiz. vyd. Překlad Jitka de Wolfová. Praha: Portál, 2012, 191 s. ISBN 978-807-1789-994.
- SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. Vyd. 1. Praha: ISV nakladatelství, 1999, 292 s. ISBN 8085866331.
- SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. 2., rozš. a aktualiz. vyd., [V nakl. Grada] vyd. 1. Praha: Grada, 2007, 322 s. ISBN 978-80-247-1821-7.
- VÍTKOVÁ, Marie. *Vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami: Education of pupils with special needs*. Brno: Paido, 2007, 354 s. ISBN 9788073151638.
- WENKE, Hans a Roel RÖHNER. *Ať žije škola: daltonská výuka v praxi*. 1. vyd. Překlad Jitka de Wolfová. Brno: Paido - edice pedagogické literatury, c2000, 125 s. ISBN 80-859-3182-6.
- ZELINKOVÁ, Olga. *Poruchy učení: dyslexie, dysgrafie, dysortografie, dyskalkulie, dyspraxie, ADHD*. 10., zcela přeprac. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2003, 263 s. ISBN 8071788007.

Učebnice

- BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 1. Všeň: Alter, 2008, 158 s. ISBN 9788072451456.
- HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 1. - 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus.
- JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace. (1. – 3. díl)* 1. vyd. Praha: Alter.

Hypertextové odkazy

- Alternativní školy. *Začít spolu* [online]. 2001 - 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.alternativniskoly.cz/zacit-spolu/zacit-spolu/>
- Bomerova. [online]. 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.bomerova.cz/>
- Hejného metoda. *H-mat, o.p.s.* [online]. 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.h-mat.cz/>
- Interaktivní tabule. In: *Wikipedie: Otevřená encyklopedie* [online]. 2015, 8. 2. 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Interaktivn%C3%AD_tabule

- KONEČNÁ, Helena. *Výukové strategie v práci s nadanými žáky* [online]. Brno, 2009 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: http://is.muni.cz/th/106814/pedf_m_b1/DP_P_tisk.pdf. (Diplomová práce). Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta.
- Learning management system. *LMS unifor* [online]. 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.lmsunifor.com/index.php/zajimavosti/multimedia-a-online-technologie/167-multimedialni-prvky-v-e-learningovem-vzdlavani>
- Matematika (prof. Hejný). *Nakladatelství FRAUS s. r. o.* [online]. 2015 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://ucebnice.fraus.cz/matematika-prof-hejny/>
- Společnost MONTESSORI o.s. [online]. 2009 - 2013 [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.montessoricr.cz/>

Legislativa

- *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2013. 146 s. [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>
- Vyhláška č. 116/2011 Sb., kterou se mění vyhláška č. 72/2005 Sb., o poskytování poradenských služeb ve školách a školských poradenských zařízeních. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2015-02-20]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/dokumenty/vvyhlaska-c-116-2011-sb-kterou-se-meni-vyhlaska-c-72-2005-sb>
- Vyhláška č. 147/2011 Sb., kterou se mění vyhláška č. 73/2005 Sb., o vzdělávání dětí, žáků a studentů se speciálními vzdělávacími potřebami a dětí, žáků a studentů mimořádně nadaných. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2015-02-20]. Dostupné z:

<http://www.msmt.cz/dokumenty/vyhlaska-c-147-2011-sb-kterou-se-meni-vyhlaska-c-73-2005-sb>

- Zákon č. 472/2011 Sb., kterým se mění zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, ve znění pozdějších předpisů. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2015-02-24]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/dokumenty/novy-skolsky-zakon>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Krokovací pás

Obrázek 2: Tabulka zvířátek

Obrázek 3: Vztahy mezi zvířátky

Obrázek 4: Rozdělení do dvou stejně silných družstev

Obrázek 5: Které družstvo vyhraje?

Obrázek 6: Které zvířátko má přijít slabšímu družstvu na pomoc?

Obrázek 7: Které zvířátko musí z jednoho družstva odejít, aby byla družstva stejně silná?

Obrázek 8: Které zvířátko se ukrývá za maskou?

Obrázek 9: Slovní úloha se zvířátky

Obrázek 10: Rovnice se zvířátky

Obrázek 11: Soustava dvou rovnic

Obrázek 12: Tabulka násobků

Obrázek 13: Tabulka pro indické násobení

Obrázek 14: Násobení čísel $23 \cdot 8$ - zadání

Obrázek 15: Násobení čísel $23 \cdot 8$ - řešení

Obrázek 16: Doplnování čísel do indického násobení - zadání

Obrázek 17: Doplnování čísel do indického násobení - řešení

Obrázek 18: Násobení čísel $175 \cdot 42$ - řešení

Obrázek 19: Písemné sčítání dvojciferných čísel bez přechodu

Obrázek 20: Písemné sčítání dvojčíferných čísel s přechodem

Obrázek 21: Písemné odčítání dvojčíferných čísel bez přechodu

Obrázek 22: Písemné odčítání dvojčíferných čísel s přechodem

Obrázek 23: Doplnování čísel do součtu i rozdílu

Obrázek 24: Vyřešené příklady – součet a rozdíl čísel s přechodem přes základ 10